

STUDIA
UNIVERSITATIS BABEŞ-BOLYAI

SERIES PHYSICA

FASCICULUS 1

1970

C L U J

REDACTOR ȘEF: Prof. ȘT. PASCU, membru corespondent al Academiei

REDACTORI ȘEFI ADJUNȚI: Acad. prof. ȘT. PÉTERFI, prof. GIL. MARCU, prof. A. NEGUCIOIU

COMITETUL DE REDACȚIE AL SERIEI FIZICĂ: Prof. Z. GÁBOS (redactor responsabil), prof. V. MERCEA, membru corespondent al Academiei, conf. I. POP, aslst. I. BARBUR (secretar de redacție)

STUDIA

UNIVERSITATIS BABEȘ-BOLYAI

SERIES PHYSICA

FASCICULUS 1

Redacția CLUJ, str. M. Kogălniceanu, 1 • Telefon 1 34 50

SUMAR — СОДЕРЖАНИЕ — SOMMAIRE — CONTENTS — INHALT

Z GÁBOS, Sur la polarisation des particules de spin quelconque • Asupra polarizării particulelor cu spin arbitrar) • О поляризации частиц с произвольным спином	3
AL. NICULĂ, M. PETEANU, S. I. FĂRCAȘ, Spectrul RES al ionilor Gd^{3+} în cristale de CaF_2 • ЭПР спектр ионов Gd^{3+} в кристаллах CaF_2 • RES Spectrum of the Gd^{3+} Ions in CaF_2 Crystals	7
I. ARDELEAN, S. GOCAN, Conductibilitatea electrică și forța termoelectromotoare a sistemului semiconductor $NiO-MgO-CoO$ • Электропроводность и термоэлектродвижущая сила полупроводниковой системы $NiO-MgO-CoO$ • Electrical Conductivity and Thermoelectrical Power of the $NiO-MgO-CoO$ Semiconductor System	15
M. CRIȘAN, I. POP, About Magnetic Behaviour of $Ni-Cu$ Alloy in Paramagnetic Domain • Asupra comportării magnetice a aliajului $Ni-Cu$ în domeniul paramagnetic • О магнитном поведении сплава $Ni-Cu$ в парамагнитной области	21
V. M. SOUNDALGEKAR, D. D. HALDAVNEKAR, On MHD Couette Flow in Slip-Flow Regime with Uniform Suction at Stationary Plate • Despre scurgerea Couette MHD în regim de alunecare și cu aspirație constantă pe placa fixă • О МГД течения Куэтт в режиме скольжения и с постоянным подсосом на неподвижной пластинке	25
S. GOCAN, I. STĂNEȘCU, I. ARDELEAN, Unele date structurale și electrice privind sistemul $V_2O_5-Sb_2O_3$ • Некоторые структурные и электрические данные о системе $V_2O_5-Sb_2O_3$ • Some Structural and Electrical Data Concerning $V_2O_5-Sb_2O_3$ System.	39
ȘT. VĂDEANU, I. PETROVAN, V. MIHĂILESCU, Acțiunea câmpului ultrasonic asupra potențialului de electrod al cuprului în apă bidistilată • Действие ультразвукового поля на электродный потенциал меди в бидистиллированной воде • Ultrasonic Field Action on Copper Electrode Potential in Bidistillate Water	45
I. POP, Ț. BURZO, V. I. TȘETȘERNIKOV, Der Metamagnetismus der intermetallischen Verbindung $CoGd_3$ • Metamagnetismul compusului intermetalic $CoGd_3$ • Metamagnetismul интерметаллического соединения $CoGd_3$	51
O. POP, Etude des Thermistors dans la série de combinaisons $Ti_{n-2}Cr_2O_{2n-1}$ • Studiul termistorilor din seria de combinații $Ti_{n-2}Cr_2O_{2n-1}$ • Исследование термисторов серии соединений $Ti_{n-2}Cr_2O_{2n-1}$	57
P. I. TĂTĂRĂRU, On the Kinetic Equation for the Test-Particle Propagator • Ecuația cinetică pentru propagatorul particulei test • Кинетическое уравнение для распространителя пробной частицы	65
F. PUSKÁS, Circuite de modulație cu varistori de oxid de zinc • Модуляционные цепи с варисторами окиси цинка • Modulation Circuits with Zinc Oxide Varistors	71

A FARKAS, F. KOCH, Proton Magnetic Resonance Study on Partly Deuterated Water Solutions of Al(III) at Low Temperatures ● Studiul soluțiilor de apă parțial deuterată la Al(III) la temperaturi joase ● Исследование растворов частично деутерированной воды у Al(III) при низких температурах	75
D AUSLANDER, I. ONIȚIU, Despre viteza de propagare a ultrasunetelor în soluțiile apoase ale unor halogenuri (II) Clorurile metalelor alcaline ● О скорости распространения ультразвуков в водных растворах некоторых галогидов (II) Хлориды щелочных металлов ● Sur la vitesse de propagation des ultrasons dans les solutions aqueuses de certains halogènes (II) Chlorures des métaux alcalins	81
M VASIU, Sur l'instabilité magnétohydrodynamique d'un plasma qui possède une pression anisotrope (I) L'équation de dispersion ● Asupra instabilității magnetohidrodinamice a unei plasme cu presiune anizotropă (I) Ecuația de dispersie ● О магнитогиродинамической неустойчивости плазмы с анизотропным давлением (I) Уравнение дисперсии	87

Cronică — Хроника — Chronique — Chronicle — Chronik	95
Participări la manifestări științifice internaționale	95
Participări la manifestări științifice din țară	96
Ședințe de comunicare	96
Vizite	96

SUR LA POLARISATION DES PARTICULES DE SPIN QUELCONQUE

par
ZOLTÁN GÁBOS

On sait que l'état de polarisation d'une particule de spin s et de masse de repos m_0 peut être caractérisé à l'aide des paramètres

$$t_{i_1 i_2} \quad i_n, \quad i_k = 1, 2, 3, \quad n = 1, 2, \dots, 2s. \quad (1)$$

avec les propriétés suivantes :

- a) ils sont symétriques par rapport aux indices i_k ;
- b) après la contraction des deux indices nous avons

$$\delta_{i_1 i_2} t_{i_1 i_2} \quad i_n = 0 \quad (2)$$

Tenant compte de la propriété a) nous avons pour les particules de spin s

$$N_1 = \frac{1}{6} (2s + 1)(2s + 2)(2s + 3) \quad (3)$$

grandeurs (1). Les relations (2) sont en nombre

$$N_2 = \frac{1}{3} (2s - 1)s(2s + 1). \quad (4)$$

Nous avons encore

$$t^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{2s + 1}}. \quad (5)$$

Dans cet article on démontre que dans le cas d'une polarisation complète nous pouvons écrire encore $4s^2$ relations entre les paramètres (1).

1°. Soit

$$\psi = u(\vec{p}) \exp(ipx)$$

la fonction d'onde des particules de l'impulsion \vec{p} , de spin s et de masse de repos m_0 . Le spineur $u(\vec{p})$ à $2(2s + 1)$ composantes — dans le cas général — peut être

exprimé dans une base orthogonale formée par $2s + 1$ spineurs, de la manière suivante

$$u = \sum_{j=1}^{2s} c_j u_j$$

(les spineurs de base représentent des états purs).

La matrice de densité de spin pour la superposition cohérente des états purs est définie par

$$\rho_{jk} = c_j c_k^* \quad (6)$$

Nous pouvons écrire les nombres complexes c_j sous la forme

$$c_j = a_j \exp(i\varphi_j),$$

donc

$$\rho_{jk} = a_j a_k \exp[i(\varphi_j - \varphi_k)]. \quad (7)$$

L'expression (7) nous conduit aux équations

$$\rho_{jp}\rho_{mq} - \rho_{jq}\rho_{mp} = 0, \quad j, p, m, q = 1, \dots, 2s+1. \quad (8)$$

Lorsque ρ_{jk} dépend de la différence de phase $\varphi_j - \varphi_k$, les phases sont indéterminées jusqu'à une valeur constante. Nous pouvons donc écrire $\varphi_1 = 0$. D'autre part, lorsque $\text{Tr} \rho = 1$, nous avons

$$\sum_{k=1}^{2s+1} a_k^2 = 1$$

Par conséquent l'état de polarisation d'une particule de spin s peut être caractérisé par

$$2(2s + 1) - 2 = 4s \quad (9)$$

paramètres ($a_k, \varphi_k, k = 2, \dots, 2s + 1$).

Des expressions (3), (4), (5), (9) il résulte, que parmi (8) nous avons

$$N_1 - N_2 - 1 - 4s = 4s^2 \quad (10)$$

relations indépendantes

Dans le cas $j = p, m = q = j + 1, j = 1, \dots, 2s$, nous obtenons en partant de (8) $2s$ relations (réelles). Si nous avons $j > p, m = j + 1, q = p + 1, j = 2, \dots, 2s$, l'équation (8) nous conduit aux $s(2s + 1)$ relations (complexes). Il est facile de voir qu'on obtient ainsi les relations indépendantes en nombre $4s^2$.

2°. Dans ce qui suit nous aurons à considérer le cas particulier $s = 1$. Dans ce cas nous avons

$$\rho = \frac{1}{3} + \frac{1}{\sqrt{2}} t_j S_j + t_{km} \left[\frac{1}{2} (S_k S_m + S_m S_k) - \frac{2}{3} \delta_{km} \right],$$

avec

$$S_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad S_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad S_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

et

$$t_{11} + t_{22} + t_{33} = 0. \quad (11)$$

Donc

$$\rho_{11} = a_1^2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{\sqrt{2}}t_3 + \frac{1}{2}t_{33}, \quad \rho_{12} = A_+ - iB_+,$$

$$\rho_{22} = a_2^2 = \frac{1}{3} - t_{33}, \quad \rho_{13} = \frac{1}{2}(t_{11} - t_{22}) - it_{12},$$

$$\rho_{33} = a_3^2 = \frac{1}{3} - \frac{1}{\sqrt{2}}t_3 + \frac{1}{2}t_{33}, \quad \rho_{23} = A_- - iB_-,$$

où

$$A_{\pm} = \frac{1}{2}t_1 \pm \frac{1}{\sqrt{2}}t_{13}, \quad B_{\pm} = \frac{1}{2}t_2 \pm \frac{1}{\sqrt{2}}t_{23}.$$

En partant de l'équation (8) nous pouvons écrire les relations indépendantes au nombre de 4, sous la forme suivante dans le cas de $s = 1$:

$$A_+^2 + B_+^2 = a_1^2 a_2^2, \quad (12)$$

$$A_-^2 + B_-^2 = a_2^2 a_3^2, \quad (13)$$

$$A_+ A_- - B_+ B_- = \frac{1}{2}a_2^2(t_{11} - t_{22}), \quad (14)$$

$$A_+ A_- + B_+ B_- = a_2^2 t_{12}. \quad (15)$$

Les équations (14), (15) complétées par (11) rendent possible d'exprimer t_{11} , t_{22} , t_{12} à l'aide des paramètres

$$t_1, t_2, t_3, t_{13}, t_{23}, t_{33}.$$

(12) et (13) nous conduisent aux équations pour les paramètres t_{13} , t_{23} :

$$t_1 t_{13} + t_2 t_{23} = a_2^2 t_3,$$

$$t_{13}^2 + t_{23}^2 = a_2^2(1 - a_2^2) - \frac{1}{2}(t_1^2 + t_2^2).$$

On voit donc que les paramètres de base sont

$$t_1, t_2, t_3, t_{33}.$$

Pour les états purs, nous avons

$$t_1 = t_2 = t_{12} = t_{13} = t_{23} = 0, \quad t_{33} = -2t_{11} = -2t_{22}.$$

(Manuscrit reçu la 26 septembre 1969)

BIBLIOGRAPHIE

- 1 R. H. Dalitz, Proc Phys Soc London, A. 65, p 175, 1952
- 2 L. C. Biedenharn, Ann of Phys, 4, p. 104, 1958
- 3 Ch. Zemach, Phys Rev, 140, B 97, 1965

- 4 A Sankaranarayanan — R. H. Good, jr, Il Nuovo Cimento, **36**, p 1303, 1965
5 A Sankaranarayanan, Il Nuovo Cimento, **41**, p 532, 1965
6 Z Gábos, Studia Univ Babeş-Bolyai, seria Math — Phys, fasc 2, p 85, 1968

ASUPRA POLARIZĂRII PARTICULELOR CU SPIN ARBITRAR

(R e z u m a t)

Se studiază structura matricii densităţii stărilor de spin, în cazul superpoziţiei coerente a stărilor pure. Se arată, că în cazul particulelor cu spinul s putem scrie $4s^2$ relaţii independente de tipul (8). În cazul particulelor cu spinul unu se scriu concret cele patru relaţii între parametri de polarizare.

О ПОЛЯРИЗАЦИИ ЧАСТИЦ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ СПИНОМ

(Р е з ю м е)

Изучается структура матрицы плотности спиновых состояний в случае когерентного наложения чистых состояний. Показывается, что в случае частиц со спином s можем написать $4s^2$ независимых соотношения типа (8). В случае частиц с единичным спином конкретно пишутся четыре соотношения между поляризационными параметрами.

SPECTRUL RES AL IONILOR Gd^{3+} ÎN CRISTALE DE CaF_2

de

AI. NICULA, M. PETEANU și S. I. FĂRCAȘ

Introducere. Gadoliniul trivalent este un ion cu șapte electroni f și starea fundamentală $^8S_{7/2}$. Acest ion a fost mult studiat prin metoda rezonanței electronice de spin, deoarece, pe de o parte, spectrul său RES se obține relativ ușor chiar și la temperatura camerei, iar pe de altă parte din dorința de a elucidă problemele specifice legate de ioni în starea S printre care se numără și Gd^{3+} . Facilitatea obținerii spectrului de rezonanță corespunzător ionilor Gd^{3+} se explică prin aceea că timpul de relaxare spin-rețea propriu acestor ioni este destul de lung. Structura fină a acestor spectre este bine rezolvată și constă din șapte linii de absorbție. Adicional, cu acestea se semnalează și o structură hiperfină cauzată de spinul nuclear al izotopilor 155 și 157 ai gadoliniului [2].

Un studiu amplu al proprietăților RES ale ionilor Gd^{3+} în fluoruri a fost efectuat de către J. Sierrro [1]. Acesta a studiat atât cristale sintetice de CaF_2 , SrF_2 , BaF_2 dopate cu ioni Gd^{3+} , cât și cristale naturale.

Se remarcă de asemenea, experiențele efectuate de W. Low [2], [3], [4] care a studiat ioni de Gd^{3+} introduși în sulfat de etil, dublu nitrat, triclorură anhidră și triclorură hidratată. Din punct de vedere teoretic, în interpretarea acestor spectre W. Low a dezvoltat cu succes teoria elaborată de Elliot și Stevens [5] și Judd [6].

Ionii de Gd^{3+} intră substituțional în rețeaua CaF_2 . S-au studiat pe de o parte ioni de Gd aflați în câmp de simetrie cubică [7], pe de altă parte s-au identificat ioni Gd^{3+} supuși acțiunii câmpului cristalin de simetrie tetragonală [3], [8]. V. M. Vinokurov și colab. [9] au semnalat existența simultană a ionilor Gd^{3+} în poziții cubice și tetragonale în cadrul aceleiași rețele. Acest fapt se traduce în spectru prin apariția liniilor simple (corespunzătoare ionilor „cubici”), precum și a așa-numitelor linii „duble” (corespunzătoare celor „tetragonali”). Din considerente de conservare a neutralității electrice a cristalului în ansamblul său la înlocuirea ionilor bivalenți Ca^{2+} prin ioni trivalenți Gd^{3+} , s-a pus problema realizării unor complecși ionici. Autorii mai sus citați și-au îndreptat atenția în special asupra interpretării spectrelor de absorbție corespunzătoare unor complecși tetragonali de tipul GdF_9 [10] și trigonali de tipul $Gd(F_7O)$ [11].

Teorie. Rețeaua fluorurii de calciu este cubică și conține doi ioni de calciu și patru ioni de fluor pe celulă elementară (fig. 1). Ionii de calciu ocupă poziții situate în vîrfurile și în centrul fețelor cubului unitar, iar ionii de fluor sînt situați

în poziții de simetrie tetraedrală de tipul $(1/4, 1/4, 1/4)$. Toți ionii de calciu sînt echivalenți și fiecare dintre ei este înconjurat de opt ioni de fluor imediat vecini situați în lungul axelor $\langle 111 \rangle$ (fig. 2).

Pentru simetria cubică hamiltonianul de spin corespunzător are expresia:

$$H = g\beta H \cdot S + B_2^0 O_2^0 + B_2^2 O_2^2 + B_4^0 O_4^0 + B_6^0 O_6^0 + B_6^2 O_6^2 \quad (1)$$

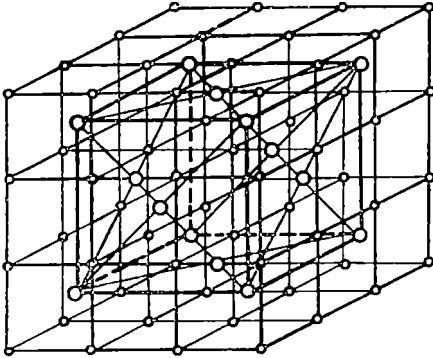


Fig 1 Rețeaua cristalină a fluorurii de calciu

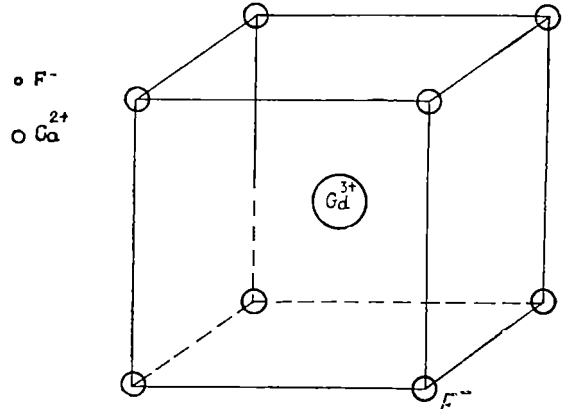


Fig 2 Ionul Gd^{3+} ca ion substituțional în rețeaua CaF_2

unde O_m^n sînt operatori echivalenți care au aceleași proprietăți de transformare ca și armonicele sferice corespunzătoare.

Întrucît Gd^{3+} este un ion în starea S, problema centrală este stabilirea naturii interacțiunilor care cauzează desplicarea stării fundamentale. S-a încercat să se explice desplicarea B_2^0 cauzată de potențialul de ordin doi (constanta D introdusă în cazul electronilor de tip d), întrucît nu există posibilitatea de a explica desplicarea în câmp cubic pur [5], [6]. Această desplicare inițială s-a observat doar în cazul ionilor 3d de exemplu Mn^{2+} și Fe^{3+} . În cazul orbitalilor 4f această desplicare se explică pe baza perturbației cauzate de câmpul cristalin cu cuplajul spin-orbită. Acestea desplică starea de opt ori degenerată a orbitalilor 4f într-un nivel dublu degenerat, un altul de patru ori degenerat și, în sfîrșit, un al treilea tot dublu degenerat. În investigarea experimentală câmpul cubic are o contribuție însemnată în explicarea stării S. Spectrul e mai ușor de interpretat existînd mai puțini parametri în hamiltonianul de spin.

Elementele de matrice pentru perturbațiile câmpului cristalin au fost date de Penney și Schlapp [12], iar operatorii lor echivalenți au fost deduși de Stevens [13]. Aceștia au pornit de la dezvoltarea potențialului cristalin corespunzător coordării cubice de ordinul opt și presupunînd sarcinile negative ca fiind punctiforme și situate în vîrfurile cubului. Un fapt important care se semnalează este acela că potențialele de ordinul 4 și 6 sînt de semn opus.

Nivelele energetice ale stării $^8S_{7/2}$ în câmp magnetic au fost calculate de către Kittel și Luttinger [14] și ulterior mai detaliat de către De Boer și Van Lieshout. Acești autori au folosit doar potențialul de ordinul patru. W. Low a generalizat rezultatele lor incluzînd și potențialul de ordinul șase

În interpretarea spectrului RES obținut în experiențele noastre am pornit de la hamiltonianul de spin care descrie ionii de Gd^{3+} în rețeaua cubică a CaF_2 :

$$H = g_{\parallel}\beta H_x S_z + g_{\perp}\beta(H_x S_x + H_y S_y) + B_2^0 O_2^0 + B_2^2 O_2^2 + B_4^0 O_4^0 + B_6^0 O_6^0 + B_6^6 O_6^6 \quad (1')$$

Operatorii ce figurează în expresia acestui hamiltonian sînt definiți de:

$$O_2^0 = 3S_z^2 - S(S+1)$$

$$O_2^2 = \frac{1}{2}(S_+^2 + S_-^2)$$

$$O_4^0 = 35S_z^4 - [30S(S+1) - 25]S_z^2 - 6S(S+1) + 3S^2(S+1)^2 \quad (2)$$

$$O_6^0 = 231S_z^6 - 105[3S(S+1) - 7]S_z^4 + [105S^2(S+1)^2 - 525S(S+1) + 294]S_z^2 - 5S^3(S+1)^3 + 40S^2(S+1)^3 - 60S(S+1)$$

$$O_6^6 = \frac{1}{2}(S_+^6 + S_-^6)$$

La o direcție arbitrară a cîmpului magnetic, pentru a stabili valorile proprii ale hamiltonianului de spin intervine necesitatea rezolvării ecuației seculare de gradul opt. Dacă considerăm însă cazul $H \parallel z$ problema se reduce la calculul soluțiilor a patru ecuații pătrate. În aproximația de ordinul întâi valorile proprii E , ale hamiltonianului sînt:

$$\begin{aligned} E_{\pm 7/2} &= \pm 7/2g\beta H + 7b_2^0 + 7b_4^0 + b_6^0 \\ E_{\pm 5/2} &= \pm 5/2g\beta H + b_2^0 - 13b_4^0 - 5b_6^0 \\ E_{\pm 3/2} &= \pm 3/2g\beta H - 3b_2^0 - 3b_4^0 + 9b_6^0 \\ E_{\pm 1/2} &= \pm 1/2g\beta H - 5b_2^0 + 9b_4^0 - 5b_6^0 \end{aligned} \quad (3)$$

unde parametrii b_n^m sînt definiți ca:

$$\begin{aligned} B_2^0 &= \frac{1}{3} b_2^0 & B_4^0 &= \frac{1}{60} b_4^0 & B_6^0 &= \frac{1}{1260} b_6^0 \\ B_2^2 &= \frac{1}{3} b_2^2 & & & B_6^6 &= \frac{1}{1260} b_6^6 \end{aligned} \quad (4)$$

Deci tranzițiile de rezonanță apar la valori ale cîmpului magnetic date de :

$$\begin{aligned}
 g\beta H_{\pm 7/2 \rightarrow \pm 5/2} &= h\nu \mp 6b_2^0 \mp 20b_4^0 \mp 6b_6^0 \\
 g\beta H_{\pm 5/2 \rightarrow \pm 3/2} &= h\nu \mp 4b_2^0 \pm 10b_4^0 \pm 14b_6^0 \\
 g\beta H_{\pm 3/2 \rightarrow \pm 1/2} &= h\nu \mp 2b_2^0 \pm 12b_4^0 \mp 14b_6^0 \\
 g\beta H_{+1/2 \rightarrow -1/2} &= h\nu
 \end{aligned} \tag{5}$$

Rezultate experimentale. Am studiat spectrul RES al ionului Gd^{3+} în cristale naturale de fluorură de calciu, dintr-un eșantion de proveniență engleză (Wear-dale) Măsurătorile s-au efectuat la temperatura camerei folosind un spectrometru JES-3B, în banda X

Spectrele obținute au permis calculul constantelor hamiltonianului de spin, ca avînd următoarele valori :

$$\begin{aligned}
 b_2^0 &= -0,00024 \text{ cm}^{-1} & D = b_2^0 &= -0,00024 \\
 b_4^0 &= -0,04282 \text{ cm}^{-1} & F = 3b_4^0 &= -0,12846 \\
 b_6^0 &= -0,00002 \text{ cm}^{-1} \\
 g &= 1,988
 \end{aligned}$$

Semnul minus din fața acestor constante rezultă în urma faptului că am cunoscut poziția tranzițiilor în spectru [3] (fig. 3).

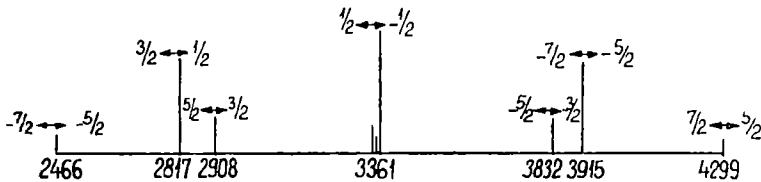


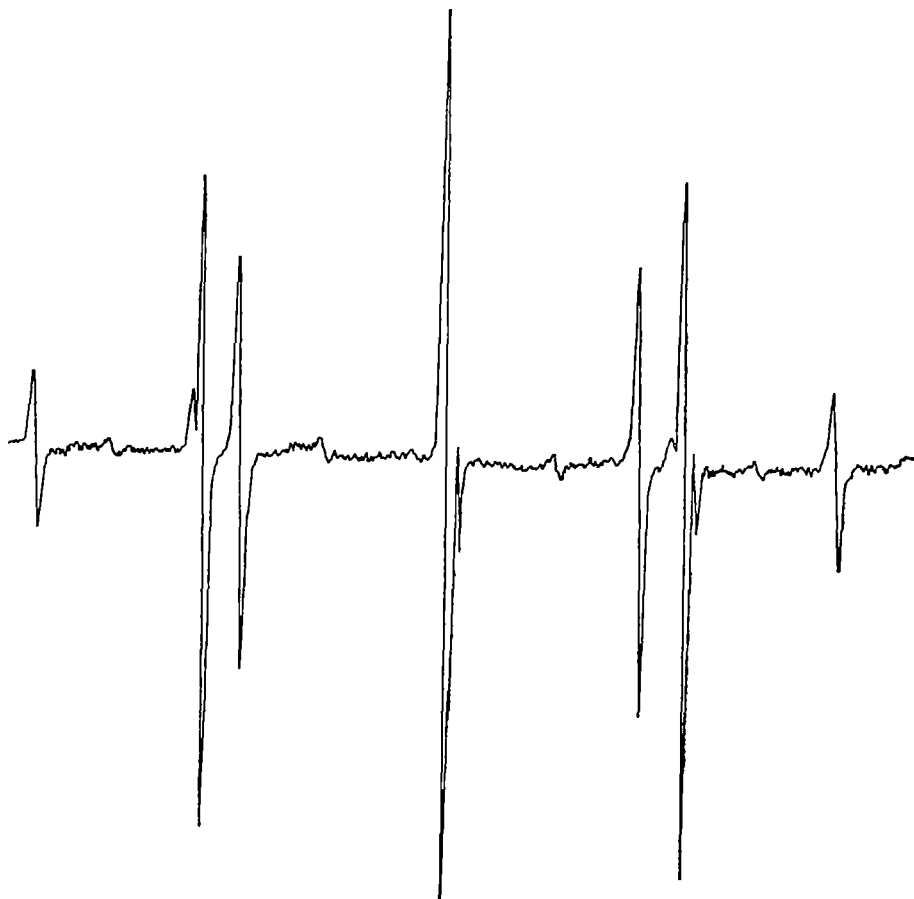
Fig 3 Tranzițiile de rezonanță caracteristice ionului Gd^{3+} în CaF_2

În tabelul 1 sînt date comparativ valorile intervalelor ce separă liniile de rezonanță obținute experimental și calculate teoretic. Se observă o concordanță destul de bună a datelor teoretice cu cele experimentale, cu excepția liniei marginale corespunzătoare valorilor joase ale cîmpului.

Tabel 1

ΔH_i	Experimental	Teoretic
$i = 1$	384	394
2	83	81
3	471	463
4	453	453
5	91	91
6	351	394

Spectrul prezentat în fig. 4 (corespunzător cazului $H \parallel \langle 100 \rangle$) constă din șapte linii de structură fină bine rezolvate. Separarea componentelor față de tranziția centrală $1/2 \leftrightarrow -1/2$ este aproximativ în raportul $10:6:5:1:5:6:10$, ceea ce indică faptul că simetria în jurul ionului Gd^{3+} este predominant cubică

Fig. 4. Exemplu tipic de spectru RES al Gd^{3+} în CaF_2 pentru $H \parallel \langle 100 \rangle$.

Dependența de unghi a structurii fine a spectrului a fost studiată în planele (100) și (111). În fig. 5 e indicată variația unghiulară a structurii fine la rotirea câmpului magnetic în planul (100). Spectrul e conform celui așteptat pentru un cristal cubic, iar liniile de structură fină converg la aproximativ 32° și 57° . Spectrul e ușor asimetric întrucât separația între tranzițiile $(-3/2 \leftrightarrow -1/2) - (-5/2$

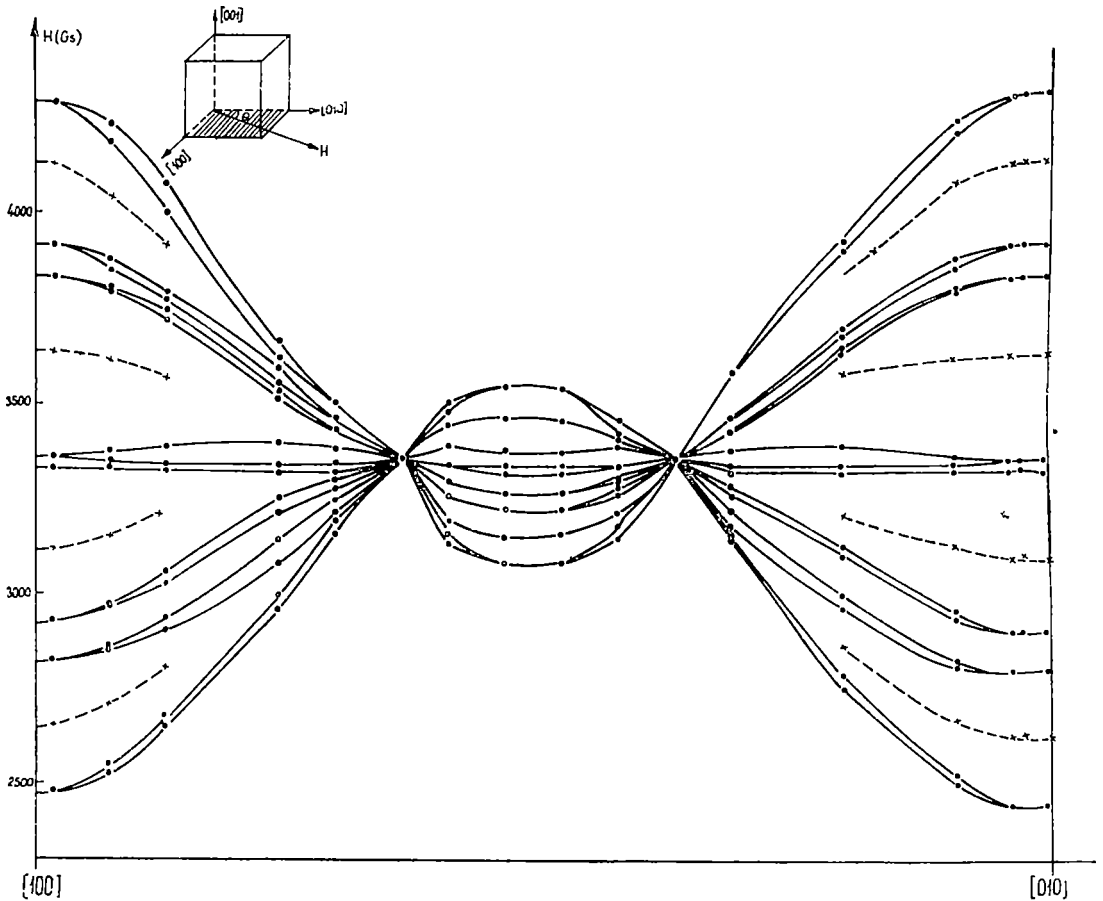


Fig 5 Dependența unghiulară a structurii fine a spectrului Gd^{3+} în CaF_2 în planul (100)

$\leftrightarrow -3/2)$ e mai mare decât cea corespunzătoare tranzițiilor $(+3/2 \leftrightarrow +1/2) - (+5/2 \leftrightarrow +3/2)$. Similar, separația liniei $(7/2 \leftrightarrow 5/2)$ față de linia centrală $(1/2 \leftrightarrow -1/2)$ e cu ceva mai mare decât cea corespunzătoare câmpurilor joase $(-7/2 \leftrightarrow -5/2)$ datorită efectelor de ordinul doi care intervin

La rotirea cristalului în câmp se constată o dedublare a liniilor de structură fină datorită neechivalenței ionilor în câmp (fig. 5). Adițional se observă linii ale unui spectru slab, intercalate cu cele ale spectrului principal. Low le consideră ca fiind datorate unei componente axiale a câmpului cristalin.

În urma rotirii cristalului în planul (111) s-a obținut o dependență unghiulară a spectrului de structură fină conform fig. 6. Liniile converg la aproximativ 60° față de axa $\langle 011 \rangle$. Evoluția acestui spectru pune în evidență o deformare axială pe direcția $\langle 100 \rangle$.

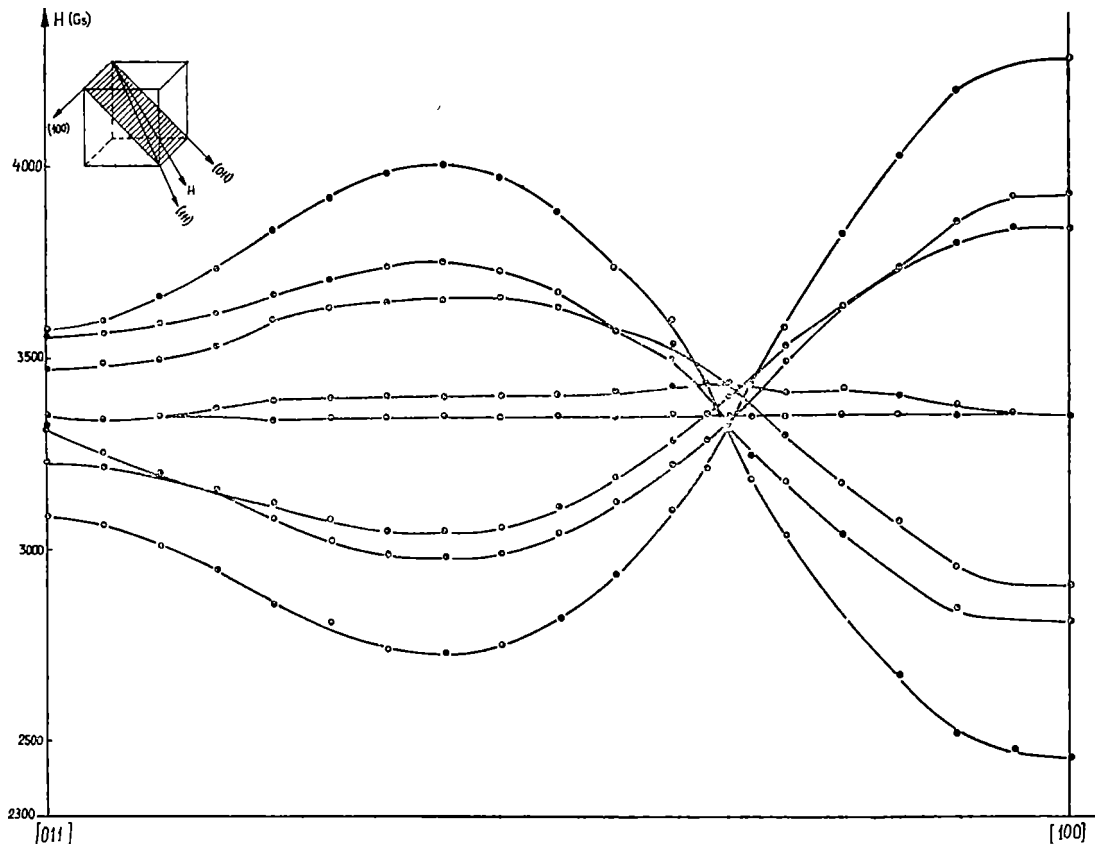


Fig 6. Dependența de unghi a spectrului RES corespunzător Gd^{3+} în CaF_2 la rotirea cristalului în planul (111).

Spectrele obținute prezintă în cazul tranziției centrale și linii de despicare hiperfină datorită izotopilor impari ai gadoliniului care intră probabil în compoziția probei studiate. O tendință de rezolvare a structurii hiperfine în spectru se observă și pentru tranzițiile $3/2 \leftrightarrow 1/2$, respectiv $-3/2 \leftrightarrow -1/2$ care prezintă linii satelite puțin intense.

(Intrat în redacție la 4 octombrie 1969)

BIBLIOGRAFIE

1. J. Sierro, *Helv Phys Acta*, **36**, 505 (1963)
2. W. Low, *Phys Rev.*, **103**, 1309 (1956)
3. W. Low, *Phys. Rev.*, **109**, 265 (1958)

- 4 W Low, Phys Rev, **105**, 792 (1957)
- 5 R J Elliot, K W H Stevens, Proc Roy Soc (London), **A 219**, 387 (1953)
- 6 R B Judd, Proc Roy Soc, (London), **A 232**, 458 (1955)
- 7 Charles Rytter, Helv Phys Acta, **30**, 353 (1957)
- 8 J M Baker, B Bleaney, W Hayes, Proc Roy Soc, **A 247**, 141 (1958)
- 9 V M Vinokurov și colab, FTT, **4**, 2238 (1962)
- 10 V M Vinokurov și colab, FTT, **5**, 599 (1963)
- 11 V M Vinokurov și colab, FTT, **5**, 2902 (1963)
- 12 Penney, Schlapp, Phys Rev, **41**, 194 (1932)
- 13 K W H Stevens, Proc Phys Soc (London), **A 65**, 209 (1952)
- 14 C Kittel, J M Luttinger, Phys Rev, **73**, 162 (1958)

ЭПР СПЕКТР ИОНОВ Gd^{3+} В КРИСТАЛЛАХ CaF_2

(Резюме)

В работе приводятся результаты исследования методом ЭПР некоторых природных кристаллов CaF_2 , загрязненных ионами Gd^{3+} .

Получен ЭПР спектр, характерный для гадолиния, имеющий хорошо решенные линии тонкой структуры. Авторы вычислили параметры этого спектра, применяя соответствующую теорию. Исследование угловой зависимости тонкой структуры спектра проведено в плоскостях (100) и (111) для разъяснения вопросов, связанных с симметрией окрестности парамагнитных ионов. Авторы пришли к выводу, что существует преобладающе кубическая симметрия со слабой осевой деформацией в направлении $\langle 100 \rangle$.

Неэквивалентность ионов в решетке была выявлена присутствием „дублетных” линий. Получились также слабые дополнительные линии и изучилась их угловая зависимость.

RES SPECTRUM OF THE Gd^{3+} IONS IN CaF_2 CRYSTALS

(Summary)

The paper presents the results following the study of some natural CaF_2 crystals impurified with Gd^{3+} ions using the method of spin electronical resonance.

The RES spectrum characteristic to gadolinium was obtained having the lines of fine structure well solved. The parameters of this spectrum were calculated applying the adequate theory. The angular dependency study of the fine structure was effectuated in the planes (100) and (111) in order to clarify the problems linked to the smetry of the paramagnetic ion neighbourhood. The conclusion was drawn about the existence of a symmetry predominantly cubic with a slight axial deformation on direction 100.

Ion unequivallence was evidenced in the network by the presence of "doublet" lines. Slight additional lines were also obtained, their angular dependency being studied.

CONDUCTIBILITATEA ELECTRICĂ ȘI FORȚA TERMOELECTROMOTOARE A SISTEMULUI SEMICONDUCTOR NiO — MgO — CoO

de

I. ARDELEAN și S. GOCAN

S-au studiat conductibilitatea electrică și forța termoelectromotoare la probe policristaline ale sistemului ternar NiO—MgO—CoO. Măsurătorile s-au făcut în domeniul de temperatură 300—800°K pentru rezistivitate și respectiv între 600—1200°K pentru forța termoelectromotoare, în aer. Energia de activare a conductibilității este $\Delta E \approx 0,67 \text{ eV}$. Forța termoelectromotoare este practic independentă de temperatură, ceea ce pledează pentru un mecanism de conductibilitate „prin salt”. Semnul forței termoelectromotoare indică că purtătorii de sarcină sînt de tip p .

Introducere. Datele din literatură [1, 2, 3] arată că atît oxizii constituenți, cît și sistemele binare ca MgO—NiO și MgO—CoO [4] au fost studiate din punct de vedere al proprietăților electrice, de aceea ne-am gîndit că studiul sistemului ternar NiO—MgO—CoO ar fi interesant. Mai mult, acesta completează ciclul de studii al sistemelor formate din oxizii metalelor de tranziție (NiO, CoO), unde predomină conductibilitatea electronică și oxizii ionici (MgO) la care predomină conductibilitatea ionică.

Avantajele care simplifică interpretarea rezultatelor obținute pentru un astfel de sistem constă în aceea că: toți oxizii care intră în sistem au o rețea cubică, în sisteme binare prezintă o solubilitate completă, prezintă o stabilitate mare în domeniul temperaturilor studiate și plasarea ionilor Mg^{2+} , Ni^{2+} și Co^{2+} în rețeaua oxizilor este indiferentă, ca urmare a faptului că toți au raze ionice apropiate.

Studii asemănătoare, s-au mai făcut pentru unele sisteme ternare ca MnO—CoO—NiO, MnO—CuO—NiO și altele, de I. T. S e f t e l y și colab. [5—7].

Procedeeul experimental. A) Prepararea probelor. Probele au fost preparate din carbonat de magneziu și azotați de nichel și cobalt sub formă de pulbere, folosind tehnica obișnuită. Pulberile policristaline au fost presate la 7 tf/cm² sub forma unor pastile de diametru în jur de 10,5 mm și grosimea între 2—4 mm. Pastilele au fost supuse unui tratament termic de presinterizare timp de 3,5 ore la 1000°C și sinterizare timp

de 60 ore la temperatura de 1250°C. A urmat apoi un tratament termic în aer timp de aproximativ 200 de ore la $\approx 900^\circ\text{C}$. Condiții de sinterizare s-au ales astfel, pentru a obține un sistem monofazic cu rețeaua bine formată. S-au studiat probele având compozițiile în procente molare date în tabelul 1.

Tabel 1

Nr probei	1	2	3	4	5
NiO	20	17	14	11	8
MgO	1	2	3	4	5
CoO	2	4	6	8	10

Am ales concentrațiile astfel încît pe celula magnetică elementară să rămîină un număr constant de cationi (egal cu 23) și un număr mediu de 2 spini/cation avînd în vedere că sistemul urmează să fie studiat și din punct de vedere magnetic

B) Măsurarea rezistenței și forței termoelectromotoare. Pentru măsurarea rezistenței am folosit instalația asemănătoare cu cea descrisă în [8]. Ca aparate de măsură am folosit puntea typ TR 2102 și megohmetrul Tesla BM 283. În prealabil însă pastilele au fost argintate prin evaporare și depunere în vid.

Măsurătorile de forță termoelectromotoare s-au efectuat cu o instalație asemănătoare cu cea descrisă în [9]. Am folosit electrozi de platină sub formă de plăcuță, termocuple de Pt-PtRh, iar ca aparat de măsură potențiometrul R-307 cu rezistența internă mare. Cu ajutorul unui microcuptor s-a menținut între cei doi electrozi o temperatură constantă de $\approx 25^\circ\text{C}$ care asigură apariția unei forțe termoelectromotoare suficient de mare pentru a putea să fie măsurată. Măsurătorile s-au făcut la răcire.

Cît pentru rezistență, atît și pentru forță termoelectromotoare, măsurătorile au fost efectuate în aer.

Rezultate și discuții. a) Rezistivitatea electrică. Măsurătorile de rezistivitate s-au făcut în domeniul de temperatură între aproximativ 300—800°K. Rezultatele sînt date în fig 1—5.

Studiind dependența $\log \rho$ în funcție de $1/T$ se observă că ea este liniară, ceea ce demonstrează că comportarea sistemului pentru toate compozițiile este descrisă de legea exponențială

$$\rho = B \exp \frac{\Delta E}{2KT}$$

Din fig. 1—5 remarcăm că rezistivitatea practic nu se schimbă pentru diferite compoziții ale probelor. Aceasta am putea-o explica prin însăși compozițiile alese pentru studiu și faptul că toți cationii care intră în compoziție sînt dublu ionizați (acesta fiind asigurat de condiții de sinterizare și tratament, alese). Dependența slabă de compoziție a proprietăților electrice la sistemele ternare a fost observată și de autorii lucrărilor [5—7].

Din datele obținute se mai vede că rezistivitatea se schimbă cu 7 ordine de mărime în domeniul de temperatură studiat, fapt care indică și o importanță practică a sistemului.

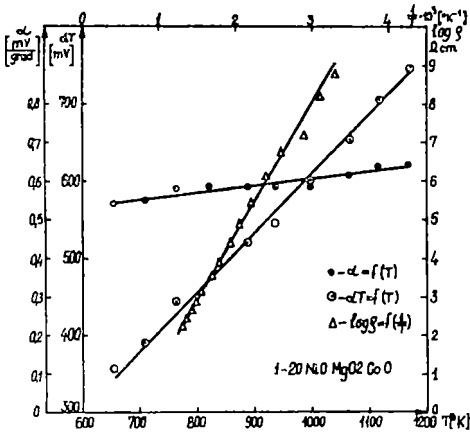


Fig 1

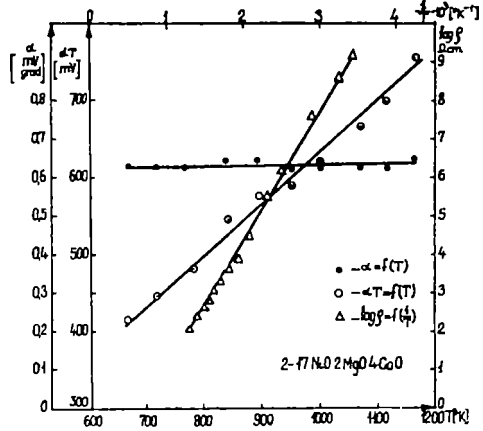


Fig. 2

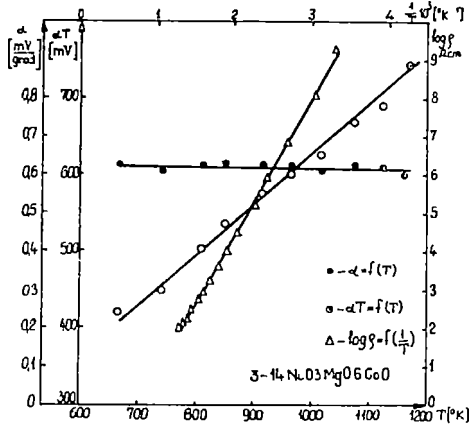


Fig 3

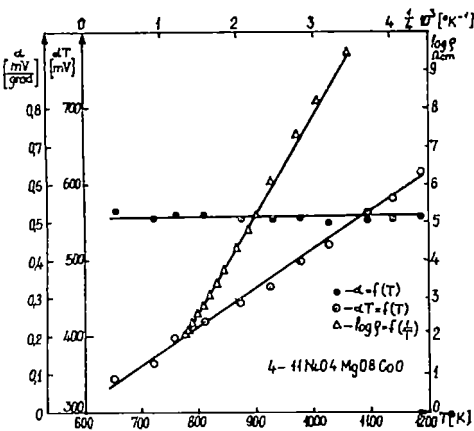


Fig 4

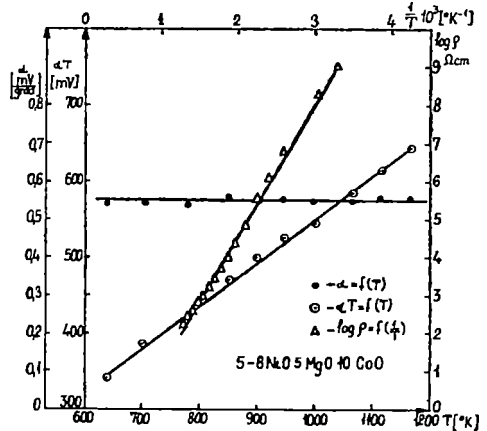


Fig 5.

În fig. 6 este dată dependența energiei de activare (ΔE) a conductibilității în funcție de conținutul în procente molare al MgO. Calculul energiei de activare s-a făcut folosind relația din [10]. Din fig. 6 se vede că aceasta rămâne constantă în tot intervalul de compoziție studiat și este $\approx 0,67$ eV.

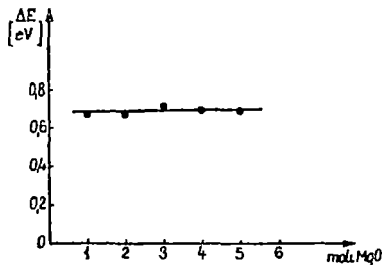


Fig 6

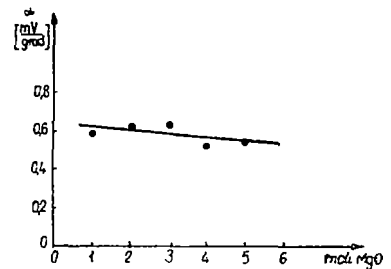


Fig 7

b) Forța termoelectromotoare. Domeniul de temperatură în care s-au efectuat măsurătorile forței termoelectromotoare este cuprins între 600—1200°K. Rezultatele măsurătorilor sînt date în fig. 1—5. Din reprezentarea coeficientului forței termoelectromotoare (α) în funcție de temperatura (T) se vede că ea practic este independentă de temperatură. Excepția o face numai prima probă la care se observă o ușoară creștere, dar liniară a forței termoelectromotoare.

Ținînd cont de faptul că forța termoelectromotoare este independentă de temperatură, putem spune că mecanismul „prin salt” caracterizează conductibilitatea sistemului în domeniul de temperatură studiat. Semnul forței termoelectromotoare indică faptul că purtătorii de sarcină sînt de tip p .

În fig. 1—5 am dat și dependența lui αT în funcție de T . Aceasta prezintă o dependență liniară. Prin urmare în acest caz pentru determinarea poziției nivelului Fermi putem să ne folosim de relația

$$E_F^- = A + \alpha T$$

unde A este termenul cinetic care datorită valorii mari a forței termoelectromotoare poate fi luat $\approx 2,5$ [2].

Reprezentînd coeficientul forței termoelectromotoare în funcție de concentrația în procente molare a MgO (vezi fig. 7), se observă o ușoară scădere a acesteia. Acest lucru se poate explica prin proprietățile electrice și rolul pe care-l joacă MgO în cazul unui mecanism de conductibilitate „prin salt”.

(Intrat în redacție la 10 martie 1969)

BIBLIOGRAFIE

- 1 Fisher Bertina, D S Tannhauser, J Chem. Phys, **44**, nr 4, 1663 (1966)
- 2 F G Popescu și J. Rutter, Studii și cerc Fiz, **20**, nr 5, 431 (1968)
- 3 S. P Mitoff, J Chim Phys, **41**, nr 8, 2561 (1964)
- 4 Myron O. Davies, J Chem Phys, **38**, nr 9, 2047 (1963)

- 5 I T Seftely și colab, FTT, 1, nr 2, 227 (1959)
- 6 I T Seftely și colab, FTT, 3, nr 9, 2712 (1961).
7. I. T Seftely și colab, FTT, 3, nr 9, 2726 (1961)
- 8 L Stănescu și colab, Buletin științific al I P C, 5, 65 (1962)
- 9 M Nachmann, L Cojocaru și L Ribco, Phys Stat Solidi, 3, 773 (1965).
- 10 U C Dunlap, *Vvedenie v fizicu poluprovodnicov*, Moskva, 1957

ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ И ТЕРМОЭЛЕКТРОДВИЖУЩАЯ СИЛА ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ СИСТЕМЫ NiO-MgO-CoO

(Резюме)

Авторы изучали электропроводность и термоэлектродвижущую силу поликристаллических образцов тройной системы NiO—MgO—CoO. Измерения удельного электрического сопротивления проводились в области температур 300—800 К, а для термоэлектродвижущей силы между 600—1200 К. Энергия активации электропроводности $\approx 0,67$ eV. Термоэлектродвижущая сила практически независима от температуры, что указывает на скачкообразный механизм электропроводности. Знак термоэлектродвижущей силы показывает, что носители заряда являются положительными (типа p).

ELECTRICAL CONDUCTIVITY AND THERMOELECTRICAL POWER OF THE NiO—MgO—CoO SEMICONDUCTOR SYSTEM

(Summary)

The electrical conductivity and thermoelectrical power were studied at polycrystalline samples of the NiO—MgO—CoO ternary system. The resistivity measurements were made in the temperature domain ranging between 300—800°K and for the thermoelectrical power between 600—1200°K. The activation energy of the conductivity is $\approx 0,67$ eV. The thermoelectrical power is practically independent of temperature, a fact recommending a conductivity mechanism "by hopping". The sign of the thermoelectrical power indicates that the charge carriers are of p type.

ABOUT MAGNETIC BEHAVIOUR OF Ni—Cu ALLOY IN PARAMAGNETIC DOMAIN

by

M. CRIŞAN and I. POP

1. Introduction. The Ni-Cu system is very often used in the experimental investigation with the aim to clarify the nature of the magnetic interactions in Nickel. There are two essential causes that this system is chosen: the alloys with all concentrations can be obtained at the Curie temperature being high for the experimental measures the low temperature is not necessary.

The existing theoretical papers [1—2] analyse the ferromagnetic domain for this alloy in Stoner's band model and explains the variation of the magnetic moment with the concentration of alloying metal but for the paramagnetic domain the applicability of this model is not satisfactory.

In the last years a new model appeared which has as the main idea an interaction between conduction electrons and localized spins [3—4] (the s-d model).

In this paper the s-d model is applied to analyse the Ni-Cu alloy in the paramagnetic domain and Cernikov's [5] experimental results are qualitatively explained.

2 Experimental background. The experimental investigations of Sadron [6], Marian [7], Manders [8] showed that Ni-Cu system is ferromagnetic for $T < T_c$ and $C < C_F$, C_F a critical concentration of alloying metal (Cu). For Ni-Cu system $C_F = 60\%$ at Cu, but this value has been obtained by an extrapolation method. The microscopic significance of C_F has been given by Wohlfart [2] in the following way:

For $C < C_F$ the s-electrons of Copper enter in the "s" and "d" bands of Nickel but for $C > C_F$ the s electrons of Copper enter only in the s-band of Nickel.

By increasing the Copper concentration the number of the s-electrons grow and a s-d coupling can be realised.

This coupling can appear for this alloy at hot temperature when the number of the holes in the d-band is variable.

3. Theoretical model. The s-d interaction is described by the hamiltonian [9]:

$$H_I = - \int s(\vec{r}) \sum_i \vec{S}_i J(\vec{r} - \vec{R}_i) \quad (1)$$

where: $\vec{s}(\vec{r})$ is the spin operator of s-electron and $\sum_i \vec{S}_i J(\vec{r} - \vec{R}_i)$ is the effective field generated by the d-holes

For a chaotic distribution of alloy we can consider for the hamiltonian (1) the form:

$$H_I = -as \sum_i \vec{S}_i \quad (2)$$

where: $a = \int J(\vec{r} - \vec{R}_i) d\vec{r}$.

As it is known if the hamiltonian of a quantum sistem is given we can obtain all properties of the system by means of the perturbation theory

But for the alloys with great concentration of alloying metal (as Ni-Cu in paramagnetic domain) the perturbation theory is not aplicable and we shall use a method of classical thermodynamic in order to obtain the magnetic susceptibility.

The free energy of s and d spins is expressed by

$$F = \frac{(2\mu_B s)^2}{2\chi_0} - N_i T \left[\ln \operatorname{sh} \frac{as \left(S + \frac{1}{2} \right)}{T} - \ln \operatorname{sh} \frac{as}{T} \right] \quad (3)$$

where χ_0 is the magnetic susceptibility of s-electrons, S is the d-holes spin and N_i is the concentration of d-holes

After a minimalisation of free energy we obtain:

$$\frac{4\mu_B^2 s}{\chi_0} = N_i a S B_S \left(\frac{asS}{T} \right) \quad (4)$$

For $T \gg a S$ and after aproximation:

$$B_S(x) = \frac{x}{3} \frac{S+1}{S} - \frac{x^3}{45} \frac{\left(S + \frac{1}{4} \right)^4 - \left(\frac{1}{2} \right)^4}{S^4}$$

if applied we obtain:

$$\frac{4\mu_B^2 s}{\chi_0} = aS(S+1) \frac{as}{T} \quad (5)$$

and for the Curie temperature:

$$T_c = \frac{N_i a^2 S(S+1)}{12\mu_B^2} \quad (6)$$

The total magnetic moment M is composed as a sum of moments s-electrons and d-holes and if the approximation $T \gg a S$ is considered;

$$M = M_B N_i S \left(g_s + \frac{a\chi_0}{2\mu_B^2} \right) \quad (7)$$

The paramagnetic domain being defined in the presence of the magnetic field M the relation (4) becomes:

$$\frac{4\mu_B^2 Ss}{\chi_0} - 2s_1 M_B H = N_1 a S B_S \left[\frac{(as + g_s \mu_B H) S}{T} \right] \quad (8)$$

and after a little algebra the following value is obtained for the magnetic susceptibility:

$$\chi(T) = \chi_0 \left[1 + \frac{T_c}{T - T_c} \left(1 + \frac{2\mu_B^2 g_s}{\alpha \chi_0} \right)^2 \right] \quad (9)$$

The relation (9) has the Cékernikov's (5) form: $\chi = \chi_0(1 + \chi(T))$ and explains the deviation from linearity of $\frac{1}{\chi}$ as T function

Conclusions. The s-d model is more comprehensive as band model for the alloys in the paramagnetic domain. Quantitative calculation and a minute study about variation of the number of d-holes will be welcomed in order to clarify the nature of magnetic intercalations in alloys.

The authors wish to thank Professor Dr. Iuliu Pop for several helpful discussions about this paper

(Received 1st October 1969)

REFERENCES

- 1 Stoner E C, Proc. Roy Soc, 165, A, 372 (1938)
- 2 Wohlfarth E P, Proc Roy Soc, 195, A, 343 (1949)
- 3 Vonsovski S D, JETF, 16, 981 (1946)
- 4 Kasuya T, Progr Th Phys, 16, 45 (1956)
- 5 Cékernikov V I, Vestnik Mosk Univ, 1, 47 (1957)
- 6 Sadron C, Ann. de Phys, (Paris), 17, 371 (1932)
- 7 Marian V, These, (Paris), (1936)
- 8 Manders C, Ann. de Phys, (Paris), 5, 167 (1936)
- 9 Pop Iuliu, *Magnetismul pământurilor rare*, Edit Academiei, 1969, București

ASUPRA COMPORTĂRII MAGNETICE A ALIAJULUI Ni-Cu ÎN DOMENIUL PARAMAGNETIC.

(Rezumat)

Se analizează comportarea magnetică a aliajului de Ni-Cu în domeniul paramagnetic pe baza unui model „s-d”.

Relația găsită teoretic este identică cu cea stabilită experimental de Cékernikov și colab. pentru aceste aliaje

О МАГНИТНОМ ПОВЕДЕНИИ СПЛАВА Ni-Cu В ПАРАМАГНИТНОЙ ОБЛАСТИ

(Резюме)

Анализируется магнитное поведение сплава Ni-Cu в парамагнитной области на основе модели „s-d”.

Теоретически найденное соотношение идентично с соотношением, экспериментально установленным Чечерниковым и его сотрудниками для этих сплавов.



ON MHD COUETTE FLOW IN SLIP-FLOW REGIME WITH UNIFORM SUCTION AT STATIONARY PLATE

by

V. M. SOUNDALGEKAR and D. D. HALDAVNEKAR (Bombay)

1. Introduction. A number of research papers have been published on Couette flow with or without suction at both plates and with or without transverse magnetic field. The analysis is confined to fully developed one dimensional flow between two plates in relative motion. Two-dimensional Couette flow has received very little attention. One such attempt with small uniform suction at the stationary plate was recently made by Sinha and Chaudhary [1] under the assumption that the pressure gradient between two plates is uniform. This assumption was later on modified by Varma and Bansal [2] and they analysed the problem by taking into consideration the pressure gradient normal to the plate. Varma and Bansal's problem was recently studied by Soundalgekar and Divekar [3] under the first order slip flow boundary conditions and by Soundalgekar and Dhavale [4] under the transverse magnetic field with no slip boundary conditions.

The object of the present paper is to study the effects of the transverse magnetic field on a two dimensional problem studied in ref. [3]. Induced magnetic field is neglected and the modified Navier-Stokes equations are reduced to third and second order non-linear equations. They are solved by the method of perturbation under first order velocity slip boundary conditions. Expressions are derived for the axial and transverse components of velocity, axial pressure difference, skin-friction coefficient, velocity gradient at the upper wall and the mass flow coefficient to $O(\lambda)$, where λ is the suction Reynolds number assumed $\ll 1$. Velocity profiles are shown on graphs and numerical values for others are entered in tables for different values of M , (the Hartmann number) h_1 (the rarefaction parameter) and λ . During the course of discussion, comparison of the results of the present investigations with those of the earlier investigations are presented. It is observed that in the presence of the magnetic field, (i) the axial pressure increases (ii) an increase in h_1 or λ leads to an increase in the applied force to move the upper plate and (iii) an increase in h_1 leads to a decrease in the mass flow coefficient.

2. Mathematical Analysis. Choosing x-axis along the stationary plate in the direction of motion and y-axis perpendicular to it, the motion of an electrically

conducting, incompressible, viscous fluid is governed by the following momentum equations [4]

$$u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_1}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} \right) - \frac{\sigma B_0^2}{\rho} u_1, \quad (1)$$

$$u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_1}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial y^2} \right), \quad (2)$$

and the equation of continuity

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} = 0. \quad (3)$$

Here ν is the kinematic viscosity and all other symbols have their usual meaning. The slip-flow boundary conditions are

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \varepsilon_u \frac{\partial u_1}{\partial y}, & v_1 &= -v_0 & \text{at } y &= 0, \\ u_1 &= v_0 - \varepsilon_u \frac{\partial u_1}{\partial y}, & v_1 &= 0 & \text{at } y &= y_0, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

where the slip-coefficient ε_u is given by the expression

$$\varepsilon_u = \frac{2 - \beta}{\beta} \bar{l},$$

where \bar{l} is the mean free path, given by

$$\bar{l} = (\sqrt{\pi}/8/0.499) \frac{\mu}{\rho} \sqrt{RT}.$$

Here β is thermal Maxwell's reflection coefficient and R is the gas constant. Also U_0 is the uniform velocity of the upper plate and v_0 is the suction velocity at the stationary plate assumed uniform and very small. The assumption of uniform suction leads to

$$\frac{dv_1}{dx} = 0 \quad (5)$$

Hence v_1 is a function of y only. Therefore

$$\frac{d^2 v_1}{dx^2} = 0. \quad (6)$$

Also from (5) and (3), we obtain

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} = 0. \quad (7)$$

In view of (5), (6) and (7), equations (1) and (2) reduce to the following,

$$\left. \begin{aligned} u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_1}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} - \frac{\sigma B_0^2}{\rho} u_1, \\ v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_1}{\partial y} + \nu \frac{\partial^2 v_1}{\partial y^2}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

On introducing the following non-dimensional quantities

$$\left. \begin{aligned} u &= u_1/U_0, & v &= v_1/v_0, & \varepsilon &= x/y_0, \\ \eta &= y/y_0, & p &= p_1/v_0^2, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \lambda &= v_0 y_0 / \nu && \text{Suction Reynolds number,} \\ R &= u_0 y_0 / \nu && \text{Reynolds number,} \\ M^2 &= \sigma B_0^2 y_0^2 / \mu && \text{Hartmann number,} \end{aligned} \quad (10)$$

in equations (8), (9) and (3), we have

$$u \frac{\partial u}{\partial \varepsilon} + \frac{\lambda}{R} v \frac{\partial u}{\partial \eta} = - \frac{\partial p}{\partial \varepsilon} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} - \frac{M^2}{R} u, \quad (11)$$

$$v \frac{\partial v}{\partial \eta} = - \frac{R^2}{\lambda^2} \frac{\partial p}{\partial \eta} + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial^2 v}{\partial \eta^2}, \quad \frac{\partial u}{\partial \varepsilon} + \frac{\lambda}{R} \frac{\partial v}{\partial \eta} = 0, \quad (12), (13)$$

and the non dimensional form of the boundary conditions (4) is

$$\left. \begin{aligned} u &= h_1 \frac{\partial u}{\partial \eta}, & v &= -1 & \text{at} & \eta = 0, \\ u &= 1 - h_1 \frac{\partial u}{\partial \eta}, & v &= 0 & \text{at} & \eta = 1 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

where

$$h_1 = \varepsilon_u / y_0, \quad (15)$$

is the rarefaction parameter.

We now suppose that the perturbations p' and u' due to the suction are superimposed on p_0 and u_0 respectively, where the latter are the known quantities for the flow in the absence of the suction and satisfy the following relations

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p_0}{\partial \varepsilon} &= 0, & \frac{\partial p_0}{\partial \eta} &= 0, & \frac{\partial u_0}{\partial \varepsilon} &= 0 \\ \frac{\partial^2 u_0}{\partial \eta^2} - M^2 u_0 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Hence the pressure p and the axial velocity u can now be represented as

$$\left. \begin{aligned} p(\varepsilon, \eta) &= p_0 + p'(\varepsilon, \eta), \\ u(\varepsilon, \eta) &= u_0 + u'(\varepsilon, \eta), & v &= v'(\eta). \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Here p_0 is a constant and u_0 in virtue of (16), is given by

$$u_0 = \frac{\sinh M \eta + h_1 M \cosh M \eta}{(1 + h_1^2 M^2) \sinh M + 2h_1 M \cosh M}, \quad (18)$$

which reduces to the usual form described by P a i [6] when $h_1 = 0$ and reduces to that given by Schlichting [7] when $h_1 = 0$ and $M \rightarrow 0$. The case of $h_1 = 0$ corresponds to reference [4], $M = 0$, $h_1 \neq 0$ corresponds to reference [3] and $h_1 = 0$ and $M \rightarrow 0$ corresponds to ref. [2].

Substituting (17) in (11), (12) and (13), we get the following equations for the perturbed quantities.

$$u_0 \frac{\partial u'}{\partial \varepsilon} + u' \frac{\partial u'}{\partial \varepsilon} + \frac{\lambda}{R} v' \frac{\partial u_0}{\partial \eta} + \frac{\lambda}{R} v' \frac{\partial u'}{\partial \eta} = - \frac{\partial p}{\partial \eta} + \frac{1}{R} \frac{\delta^2 u'}{\partial \eta^2} - \frac{M^2}{R} u', \quad (19)$$

$$v' \frac{\partial v'}{\partial \eta} = - \frac{R^2}{\lambda^2} \frac{\partial p'}{\partial \eta} + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial^2 v'}{\partial \eta^2}, \quad (20)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial \varepsilon} + \frac{\lambda}{R} \frac{\partial v'}{\partial \eta} = 0, \quad (21)$$

and the boundary conditions to be satisfied by the perturbed quantity u' are

$$\left. \begin{aligned} u' &= h_1 \frac{\partial u'}{\partial \eta}, & v' &= -1 & \text{at} & \eta = 0 \\ u' &= -h_1 \frac{\partial u'}{\partial \eta}, & v' &= 0 & \text{at} & \eta = 1 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

We have now to solve the non-linear differential equations (19) and (20) under the boundary conditions (22). So we suppose that

$$v' = -f(\eta) \quad (23)$$

From (21) and (23) we get

$$u' = \frac{\lambda}{R} \varepsilon f'(\eta) + F(\eta), \quad (24)$$

where $f(\eta)$ and $F(\eta)$ are the unknown functions to be determined. Substituting for u' , v' , and u_0 from (23), (24) and (18) respectively in equations (19) and (20), we get

$$\begin{aligned} \frac{\partial p'}{\partial \varepsilon} &= \frac{\lambda}{R^2} \varepsilon [f''' - M^2 f' - \lambda(f'^2 - ff'')] + \frac{1}{R} \left[\lambda \left\{ fF' - f'F + \right. \right. \\ &+ f \left(\frac{M \cosh hM \eta + h_1 M \sinh hM \eta}{1 + h_1^2 M^2 \sin hM + 2h_1 M \cosh M} \right) - f' \left(\frac{\sinh hM \eta + h_1 \cosh hM \eta}{(1 + h_1^2 M^2) \sin hM + 2h_1 M \cosh M} \right) \left. \right\} + \\ &\left. + F'' - M^2 F \right], \quad (25) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial p'}{\partial \eta} = - \frac{\lambda}{R^2} (\lambda f f' + f''). \quad (26)$$

In the absence of the external pressure gradient, (25) yields

$$\begin{aligned} F'' - M^2 F + \lambda \left\{ fF' - f'F + f \left(\frac{M \cos hM \eta + h_1^2 M^2 \sin hM \eta}{(1 + h_1^2 M^2) \sin hM + 2h_1 M \cos hM} \right) - \right. \\ \left. - f' \left(\frac{\sin hM \eta + h_1 M \cos hM \eta}{(1 + h_1^2 M^2) \sin hM + 2h_1 M \cos hM} \right) \right\} = 0. \quad (27) \end{aligned}$$

Also differentiation of (26) with respect to ε gives

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial \varepsilon \partial \eta} = 0, \quad (28)$$

and differentiating (25) with respect to η we obtain, in virtue of (27) and (28),

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \{f''' - M^2 f' - \lambda(f'^2 - ff'')\} = 0, \tag{29}$$

which is true for all ϵ .

Hence integrating (29), we get

$$f''' - M^2 f' - \lambda(f'^2 - ff'') = c, \tag{30}$$

where c is the constant of integration to be determined. We have now to solve equations (27) and (29) under the following boundary conditions

$$\left. \begin{aligned} f(0) = 1, \quad f'(0) = h_1 f''(0), \quad F(0) = h_1 F'(0), \\ f(1) = 0, \quad f'(1) = -h_1 f''(1), \quad F(1) = -h_1 F'(1). \end{aligned} \right\} \tag{31}$$

Solution for small λ . To solve equation (30), we follow the method of perturbation. We assume the following expansions for f and c in powers of λ , near $\lambda=0$.

$$f = f_0 + \lambda f_1 + \lambda^2 f_2 + \dots + \lambda^n f_n, \tag{32}$$

and

$$c = c_0 + \lambda c_1 + \lambda^2 c_2 + \dots + \lambda^n c_n, \tag{33}$$

where f'_n s and c'_n s are taken to be independent of λ . Substituting (32) and (33) into (30) and equating the coefficients of like powers of λ , we have the following equations.

$$f_0''' - M^2 f_0' = c_0, \tag{34}$$

$$f_1''' - M^2 f_1' - f_0'^2 + f_0 f_0'' = c_1. \tag{35}$$

These are to be solved under the following boundary conditions of f'_n s:

$$\left. \begin{aligned} f_0(0) = 1 \quad \text{and} \quad f_n(0) = 0 \quad \text{for all} \quad n \geq 1 \\ F'_n(0) = h_1 f''_n(0) \quad n \geq 1 \\ f_n(1) = 0 \quad \text{for} \quad n \geq 0 \\ f'_n(1) = -h_1 f''_n(1) \quad \text{for} \quad n \geq 0. \end{aligned} \right\} \tag{36}$$

On solving equation (34) and (35) under the boundary conditions (36), we get the solution for f to $O(\lambda)$ as

$$\begin{aligned} f(\eta) = & A_0 \cosh M\eta + B_0 \sinh M\eta - \frac{C_0 \eta + D_0}{M^2} + \lambda \left[A_1 \cosh M\eta + \right. \\ & + B_1 \sinh M\eta - \frac{C_1 \eta + D_1}{M^2} + E_0 \eta + \left(X_0 + e_0 \eta + \frac{C_0 A_0}{4M^2} \eta^2 \right) \cosh M\eta + \\ & \left. + \left(H_0 + I_0 \eta + \frac{B_0 C_0}{4M^2} \right) \eta^2 \sin hM\eta \right], \end{aligned} \tag{37}$$

where the constants are given by the following relations:

$$A_0 = \frac{(h_1 M^2 - 2) + (h_1 M - \sinh M - h_1^2 M^2) \sinh M + (2 - h_1 M^2) \cosh M - h_1 M \sinh M \cosh M}{(\cos h M + h_1 M^2 - 1)\{2 + (1 - 2h_1 + h_1^2 M^2)M \sin h M + 2(h_1 M^2 - 1) \cos h M\}},$$

$$B_0 = \frac{\sinh M + h_1 M(1 + \cosh M)}{2 + (1 - 2h_1 + h_1^2 M^2)M \sinh M + 2(h_1 M^2 - 1) \cosh M},$$

$$C_0 = M^3(B_0 - h_1 A_0 M),$$

$$D_0 = M^2(A_0 - 1)$$

$$E_0 = A_0^2 - B_0^2 - \frac{C_0^2}{M^6},$$

$$I_0 = \frac{B_0 D_0}{2M^2} - \frac{7A_0 C_0}{4M^3},$$

$$e_0 = \frac{A_0 D_0}{2M^2} - \frac{7B_0 C_0}{4M^3},$$

$$H_0 = \frac{7B_0 C_0}{8M} - \frac{A_0 D_0}{4M^3},$$

$$X_0 = \frac{7A_0 C_0}{8M} - \frac{B_0 D_0}{4M^3},$$

$$Q_1 = I_0 + H_0 + \frac{B_0 C}{4M^2},$$

$$e_1 = X_0 M^2 + 2J_0 M + \frac{C_0 A_0}{2M^2},$$

$$R_1 = I_0 + (e_0 + X_0)M + \frac{C_0 A_0}{4M} + \frac{B_0 C_0}{2M^2} + (J_0 + H_0)h M^2 + 2h_1 e_0 M + \frac{h_1 C_0 A_0}{M} + \frac{h_1 B_0 C_0}{2M^2} + \frac{h_1 B_0 C_0}{4},$$

$$R_2 = e_0 + (I_0 + H_0)M + (e_0 + X_0)h_1 M^2 + 2h_1 I_0 M + \frac{C_0 A_0 + h_1 C_0 A_0}{2M^2} + \frac{B_0 C_0}{4M} + \frac{h_1 C_0 A_0}{4} + \frac{h_1 B_0 C_0}{M},$$

$$P_1 = X_0 + e_0 + \frac{C_0 A_0}{4M^2},$$

$$P_2 = E_0 + e_0 + H_0 M,$$

$$S_1 = X_0 + e_0 + H_0 M$$

$$T_1 = e_0 + (H_0 + R_1 - Q_0)M + h_1 e_1 (h e (h_1 M^2 - 1) - h_1 S_1 M^2),$$

$$T_2 = (R_2 - S_1 + h_1 e_{11} - P_1)M, \quad T_3 = P_1 h_1 M^2 + QM - R_2,$$

$$T_4 = h_1 Q_1 M^2 - R_1,$$

$$A_1 = \frac{M e_0 + T_1 \sinh M + T_2 \cosh M + T_3 \sinh M \cosh M + T_4 \sinh^2 M + P_1 M \cos^2 h M}{(2h_1 - h_1^2 M^2 - 1)M^2 \sinh M + 2(1 - h_1 M^2)M \cosh M - 2M}$$

$$B_1 = \frac{S_1 - P_1 \cosh M - a_1 \sinh M - h_1 e_1 - A_1 (\cosh M + h_1 M^2 - 1)}{\sin h M - M}$$

$$C_1 = (B_1 M - h_1 A_1 M^2 + P_2 - h_1 e_1)M^2,$$

$$D_1 = (A_1 + X_0)M^2,$$

and the constant c from (33) is given by

$$c = M^3 (B_0 - h_1 A_0 M) + \lambda M^2 (B_1 M - h_1 A_1 M^2 + P_1 - h_1 G_1), \quad (38)$$

$f(\eta)$ has now been determined, we have to find $F(\eta)$ from (27). So we expand $F(\eta)$ in powers of λ near $\lambda = 0$ as follows :

$$F = F_0 + \lambda F_1 + \lambda^2 F_2 + \dots + \lambda^n F_n, \quad (39)$$

where $F_0, F_1 \dots$ etc are supposed to be independent of λ . Substituting for f and F from (32) and (39) respectively in (27) and equating to zero the different powers of λ , we get the following equations:

$$F_0'' - M^2 F_0 = 0, \quad (40)$$

$$F_1'' - M^2 F_1 + f_0 \left(\frac{M \cosh M \eta + h_1 M^2 \sinh M \eta}{(1 + h_1^2 M^2) \sinh M + 2h_1 M \cosh M} \right) - f' \left(\frac{\sinh M \eta + h_1 M \cosh M \eta}{(1 + h_1^2 M^2) \sinh M + 2h_1 M^2 \cosh M} \right) = 0. \quad (41)$$

The boundary conditions on F 's are

$$\left. \begin{aligned} F_n(0) &= h_1 F_n'(0) & \text{for } n \geq 0 \\ F_n(1) &= -h_1 F_n'(1) & \text{for } n \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

The solutions for F_0, F_1 , are now given by

$$F_0 = 0, \quad F_1 = \frac{A_4 \cosh M \eta + B_4 \sinh M \eta + \frac{A_0 - h_1 B_0 M}{M} + \left(Z_1 + Z_2 \eta + \frac{C_0}{4M^2} \eta^2 \right) \sinh M \eta + \left(Z_3 + Z_4 \eta + \frac{h_2 C_0}{4M} \eta^2 \right) \cosh M \eta}{(1 + h_1^2 M^2) \sinh M + 2h_1 M \cosh M} \quad (43)$$

where

$$Z_1 = \frac{3C_0}{8M^4} - \frac{h_1 D_0}{4M^2}, \quad Z_2 = \frac{2D_0 - 3h_1 C_0}{4M^2},$$

$$Z_3 = \frac{3h_1 C_0 - 2D_0}{8M^3}, \quad Z_4 = \frac{h_1 D_0}{2M} - \frac{3C_0}{4M^3},$$

$$B_4 = \frac{\left(\frac{h_1 B_0 M - A_0}{M} \right) - (P_5 + H_3 + h_1 H_4) \cosh M + (H_5 + P_5 h_1 M + h_1 H_6) \sinh M}{\{(1 + h_1^2 M^2) \sinh M + 2h_1 M \cosh M\}^2},$$

$$H_3 = \frac{2h_1 M^2 (C_0 + 2D_0) + 3C_0 (h_1 - 2) - 2D_0}{8M^3},$$

$$H_4 = \frac{2M^2 (C_0 + 2D_0) + 2h_1 M^2 (D_0 - C_0) - 3C_0}{8M^3},$$

$$H_5 = \frac{2M^2 (C_0 + 2D_0) + 2h_1 M^2 (3C_0 + D_0) + 3C_0}{8M^4},$$

$$H_6 = \frac{2h_1 M^2 (C_0 + 2D_0) - (2 + 3h_1) C_0 + 2D_0}{8M^2},$$

$$P_5 = \frac{h_1^2 M^2 D_0 - 3h_1 C_0 + D_0 - 4(A_0 - h_1 B_0 M) M^2}{4M^3},$$

$$A_4 = h_1 B_4 M + \frac{P_5}{(1 + h_1^2 M^2) \sinh M + 2h_1 M \cosh M},$$

Hence $F(\eta)$ is now given by

$$F(\eta) = \lambda F_1(\eta),$$

where $F(\eta)$ is given in (43).

We can now write the axial and transverse components of the velocity. From (17), (18), (24), (37) and (43) we have

$$\begin{aligned} u = & \frac{\sinh M \eta + h_1 M \cosh M \eta}{(1 + h_1^2 M^2) \sinh M + 2h_1 M \cosh M} + \frac{\lambda}{R} \varepsilon \left[M(A_0 \sinh M \eta + B_0 \cosh M \eta) - \right. \\ & - \frac{C_0}{M^2} + \lambda \left\{ M(A_1 \sinh M \eta + B_1 \cosh M \eta) - \frac{C_1}{M^2} + E_0 + \left(e_0 + MH_0 + MJ_0 \eta + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{C_0 A_0}{2M^2} \eta + \frac{B_0 C_0}{4M} \eta^2 \right) \cosh M \eta + \left((I_0 + MX_0 + MC_0 \eta + \frac{B_0 C_0}{2M^2} \eta + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{C_0 A_0}{4M} \eta^2 \right) \sinh M \eta \right\} + A_4 \cosh M \eta + B \sinh M \eta + \\ & \left. + \frac{\left(\frac{A_0 - h_1 B_0 M}{M} \right) + \left(Z_1 + Z_2 \eta + \frac{C_0}{4M^2} \eta^2 \right) \sinh M \eta + \left(Z_3 + Z_4 \eta + \frac{h_1 C_0}{4M} \eta^2 \right) \cosh M \eta}{(1 + h_1^2 M^2) \sinh M + 2h_1 M \cosh M} \right], \quad (44) \end{aligned}$$

and from (23) and (37), we get

$$\begin{aligned} \bar{v} = & - \left[A_0 \cosh M \eta + B_0 \sinh M \eta - \frac{C_0 \eta + D_0}{M^2} + \lambda \left[A_1 \cosh M \eta + B \sinh M \eta - \right. \right. \\ & - \frac{C_1 \eta + D_1}{M^2} + E_0 \eta + \left(X_0 + e_0 \eta + \frac{C_0 A_0}{4M^2} \eta^2 \right) \cosh M \eta + \\ & \left. \left. + \left(H_0 + I_0 \eta + \frac{B_0 C_0}{4M^2} \eta^2 \right) \sinh M \eta \right] \right]. \quad (44a) \end{aligned}$$

The pressure distribution, obtained from (25) and (26) is

$$p(0, 0) - p(\varepsilon, \eta) = \frac{\lambda^2}{2R^2} (f^2 - 1) + \frac{\lambda}{R^2} (f' - f'_{(0)}) - \frac{\lambda c}{2R^2} \varepsilon^2, \quad (45)$$

where c is given by (38). Hence from (45), we can now write the axial increase in pressure as

$$p(\varepsilon, \eta) - p(0, \eta) = \frac{\lambda c}{2R^2} \varepsilon^2 \quad (46)$$

The numerical values of the axial pressure increase, calculated from (46) are entered in table I.

The velocity gradient at the upper moving wall is obtained to $O(\lambda)$ from (44) as follows:

$$\begin{aligned} \left. \frac{du}{d\eta} \right|_{\eta=1} = & \frac{M(\cosh M + h_1 M \sinh M)}{(1 + h_1^2 M^2) \sinh M + 2h_1 M \cosh M} + \frac{\lambda M^2}{R} \varepsilon (A_0 \cosh M + B_0 \sinh M) + \\ & + \lambda \{ M(A_4 \sinh M + B_4 \cosh M) + \\ & + \left(\frac{2C_0 + C_0 M^2 + 4M^2(Z_4 M + Z_2 + Z_3 M)}{4M^2} \right) \sinh M + \left(\frac{C_0 + 2C_0 h_1 + 4M(Z_4 + Z_2 M + Z_1 M)}{4M} \right) \cosh M \\ & \left. + \frac{\left(\frac{A_0 - h_1 B_0 M}{M} \right) + \left(Z_1 + Z_2 \eta + \frac{C_0}{4M^2} \eta^2 \right) \sinh M \eta + \left(Z_3 + Z_4 \eta + \frac{h_1 C_0}{4M} \eta^2 \right) \cosh M \eta}{(1 + h_1^2 M^2) \sinh M + 2h_1 M \cosh M} \right\}. \quad (47) \end{aligned}$$

The numerical values for $\left. \frac{du}{d\eta} \right|_{\eta=1}$ are entered in table II.

Table I

Values of $P(\epsilon, \eta) - p(0, \eta)$

M	λ	$\begin{matrix} \rightarrow \\ \epsilon \\ h_1 \end{matrix}$	0	20	40	100	200	400
2	0 1	0	0 0000	0 0335	0 1342	0 8389	3.3556	13 4225
		0 1	0 0000	0 0236	0 0944	0 5898	2 3593	9 4373
		0 2	0 0000	0.0192	0 0768	0 4805	1 9220	7.6878
	0 2	0	0 0000	0 0671	0 2684	1 6778	6 7112	26 8450
0 1		0 0000	0 0472	0 1887	1 1796	4 7187	18 8748	
0 2		0 0000	0 0384	0 1537	0 9609	3 8439	15 3757	
4	0 1	0	0 0000	0 0617	0 2471	1 5444	6 1777	24 7111
		0 1	0 0000	0 0490	0.1963	1 2267	4 9070	19 6280
		0 2	0 0000	0 0439	0 1758	1 0991	4 3964	17 5857
	0 2	0	0 0000	0 1235	0 4942	3 0889	12 3555	49 4222
		0 1	0 0000	0 0981	0 3925	2 4535	9 8140	39 2560
		0 2	0 0000	0 0879	0 3517	2,1982	8 7928	35 1714
6	0 1	0	0 0000	0 1077	0 4309	2 6933	10 7734	43 0934
		0 1	0 0000	0 0908	0 3635	2 2718	9 0873	36 3493
		0.2	0 0000	0 0848	0 3393	2 1206	8 4823	33 9292
	0 2	0	0 0000	0 2155	0,8618	5 3866	21 5467	86 1869
		0 1	0 0000	0 1817	0 7269	4 5436	18 1747	72 6987
		0 2	0 0000	0 1696	0 6785	4 2411	16 9646	67 8584

Table II

Values of velocity gradient $\left. \frac{du}{d\eta} \right|_{\eta = 1}$

M	λ	$\begin{matrix} \rightarrow \\ \epsilon \\ h_1 \end{matrix}$	0	20	40	100
2	0 1	0	0 7266	0 8544	0 9821	1 3655
		0 1	1.0068	1 0848	1 1628	1 3967
		0 2	1 1384	1 1945	1 2506	1 4189
	0 2	0	1.4532	1 7087	1 9643	2 7310
		0 1	1.7387	1 8947	2 0506	2 5184
		0,2	1 8748	1 9870	2 0992	2 4358
4	0 1	0	10 9122	11 0611	11 2099	11 6566
		0 1	11 7321	11 8174	11 9028	12 1588
		0 2	11 9058	11 9656	12 0254	12 2049
	0 2	0	21 8243	22 1221	22 4199	23 3132
		0 1	22 6480	22 8287	22 9894	23 5051
		0 2	22 8242	22 9439	23.0635	23 4224
6	0.1	0	121.0230	121 2020	121.3810	121 9170
		0 1	122 4320	122 5260	122 6210	122.9040
		0 2	122 5150	122 5790	122 6430	122 8350
	0 2	0.1	242 0460	242 4040	242.7610	243 8330
		0 1	243 4580	243 6470	243.8350	244 4020
		0.2	243 5420	243 6700	243.7990	244.1830

The skin-friction at the stationary wall is

$$\tau = \frac{\mu v_0}{y_0} \left(\frac{du}{d\eta} \right)_{\eta=0}, \tag{48}$$

which in non-dimensional form is given $0(\lambda)$ by

$$C_f = \frac{2}{R} \left[\frac{M}{(1 + h_1^2 M^2) \sinh M + 2h_1 M \cosh M} + \frac{\lambda \varepsilon A^0 M^2}{R} + \lambda \left(B_4 M + \frac{Z_4 + Z_1 M}{(1 + h_1^2 M^2) \sinh M + 2h_1 M \cosh M} \right) \right], \tag{49}$$

where

$$C_f = \tau_0 / \rho U_0^2$$

The numerical values of C_f are entered in table III.

Table III

Shearing stress C_f at the stationary wall

M	λ	$\begin{matrix} \rightarrow \\ \varepsilon \\ h_1 \end{matrix}$	0	20	40	100	200	400
2	0.1	0	0.5783	0.4505	0.3227	-0.0606	-0.6995	-1.9773
		0.1	0.3972	0.3192	0.2413	0.0074	-0.3824	-1.1621
		0.2	0.2905	0.2344	0.1783	0.0100	-0.2704	-0.8314
	0.2	0	0.6051	0.3496	0.0940	-0.6726	-1.9505	-4.5061
		0.1	0.4154	0.2594	0.1035	-0.3642	-1.1439	-2.7033
		0.2	0.3039	0.1917	0.0795	-0.2570	-0.8180	-1.9399
4	0.1	0	0.1525	0.0036	-0.1452	-0.5918	-1.3363	-2.8252
		0.1	0.0776	-0.0077	-0.0930	-0.3491	-0.7758	-1.6293
		0.2	0.0469	-0.0129	-0.0727	-0.2522	-0.5513	-1.1495
	0.2	0	0.1586	-0.1392	-0.4369	-1.3303	-2.8192	-5.7969
		0.1	0.0805	-0.0902	-0.2608	-0.7729	-1.6264	-3.3334
		0.2	0.0486	-0.0710	-0.1906	-0.5496	-1.1478	-2.3422
6	0.1	0	0.0308	-0.1478	-0.3265	-0.8625	-1.7558	-3.5425
		0.1	0.0120	-0.0823	-0.1767	-0.4598	-0.9316	-1.8753
		0.2	0.0063	-0.0577	-0.1218	-0.3142	-0.6348	-1.2759
	0.2	0	0.0319	-0.3254	-0.6827	-1.7547	-3.5414	-7.1148
		0.1	0.0124	-0.1763	-0.3650	-0.9312	-1.8749	-3.7622
		0.2	0.0065	-0.1216	-0.2499	-0.6346	-1.2757	-2.5580

The mass flow per unit breadth of the plate is given by

$$Q = U_0 y_0 \int_0^1 u \, d\eta. \tag{50}$$

Substituting for u from (44), we get on integration

$$Q = U_0 y_0 \left[\frac{h_1 M \sinh M + \cosh M - 1}{M \{ (1 + h_1^2 M^2) \sinh M + 2h_1 M \cosh M \}} + \frac{\lambda \epsilon}{R} \left\{ A_0 (\cosh M - 1) + B_0 \sinh M - \frac{C_0}{M^2} \right\} + \lambda \left\{ \frac{AB_1 + AB_2 + AB_3 + AB}{(1 + h_1^2 M^2) \sinh M + 2h_1 M \cosh M} + \frac{A_4 \sinh M + B_4 (\cosh M - 1)}{M} \right\} \right], \quad (51)$$

where

$$AB_1 = \frac{A_0 - h_1 B_0 M}{M}, \quad AB_2 = \frac{MZ_4 - Z_1 - 2}{M^3},$$

$$AB_3 = \frac{(C_0 M^2 + 2C_0 h_1 M^2 - 4Z_4 M^3 + 4Z_2 M^4 + 4Z_1 M^4) \cosh M}{4M^4},$$

$$AB_4 = \frac{(C_0 h_1 M^2 + 2C_0 h_1 - 2C_0 4Z_4 M^3 - 4Z_3 M^3 - 4Z_2 M^2) \sinh M}{4M^4}.$$

But the mass flow in the absence of suction is given by

$$Q_0 = U_0 Y_0 \left[\frac{h_1 M \sinh M + \cosh M - 1}{M \{ (1 + h_1^2 M^2) \sinh M + 2h_1 M \cosh M \}} \right] \quad (52)$$

Hence from (51) and (52), the mass flow coefficient is given by

$$C_2 = Q/Q_0, \quad (53)$$

where Q and Q_0 are given by (51) and (52) respectively. The numerical values of C_2 are entered in table IV

Table IV

Values of Mass flow coefficient C_2

M	λ	$\begin{matrix} \rightarrow \\ \epsilon \\ h_1 \end{matrix}$	0	20	40	100	200	400
2	0.1	0	1.7419	1.5971	1.4523	1.0178	0.2938	-1.1543
		0.1	1.3207	1.2240	1.1274	0.8373	0.3538	-0.6130
		0.2	1.2084	1.1246	1.0407	0.7893	0.3702	-0.4679
	0.2	0	1.7419	1.5971	1.4523	1.0178	0.2938	-1.1543
		0.1	1.3846	1.2687	1.1527	0.8049	0.2251	-0.9345
		0.2	1.2640	1.1578	1.0516	0.7331	0.2222	-0.8595
4	0.1	0	1.1065	1.0760	1.0457	0.9544	0.8024	0.4983
		0.1	1.0522	1.0240	0.9958	0.9111	0.7000	0.4878
		0.2	1.0336	1.0058	0.9780	0.8946	0.7556	0.4776
	0.2	0	1.1065	1.0761	1.0457	0.9544	0.8024	0.4983
		0.1	1.0542	1.0249	0.9956	0.9078	0.7614	0.4687
		0.2	1.0352	1.0061	0.9771	0.8899	0.7447	0.4542
6	0.1	0	1.0183	1.0123	1.0063	0.9883	0.9585	0.8987
		0.1	1.0075	1.0016	0.9957	0.9779	0.9484	0.8893
		0.2	1.0043	0.9985	0.9925	0.9748	0.9453	0.8862
	0.2	0	1.0182	1.0123	1.0063	0.9983	0.9585	0.8987
		0.1	1.0076	1.0016	0.9957	0.9778	0.9481	0.8886
		0.2	1.0044	0.9984	0.9925	0.9746	0.9449	0.8855

3. Conclusions. The numerical calculations for u, v, \dots are carried out for $R = 100, \lambda = 0.1, 0.2, h_1 = 0, 0.1, 0.2$ and $\epsilon = 0, 20, 40, 100, 200, 400$. The axial and transverse velocity profiles are shown in Figs 1-5 showing the effects of M, h_1 and λ . We have the following conclusions from the tables

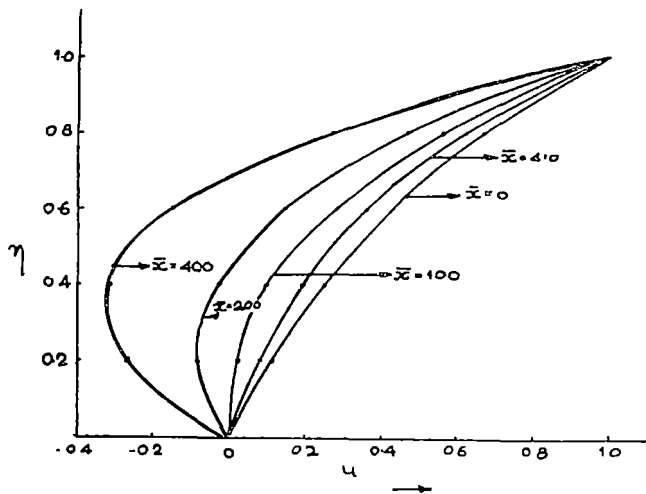


Fig 1 Axial velocity profiles for $M=2$, $\lambda=0.1$, $h_1=0.1$

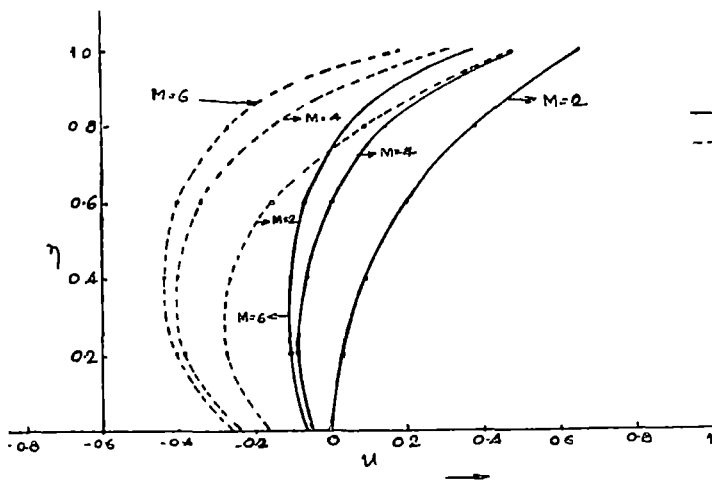


Fig 3. Axial velocity profiles for $\epsilon = 50, 200$, $\lambda = 0.2$, $h_1 = 0.2$, $M = 2, 4, 6$

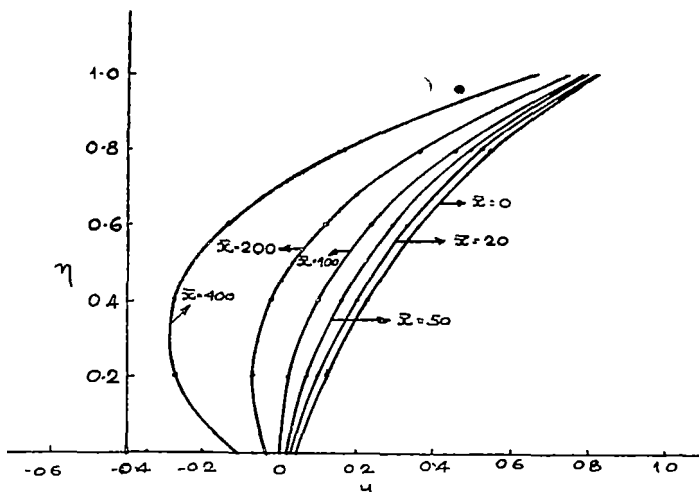


Fig 2 Axial velocity profiles for $M = 2$, $\lambda = 0.1$, $h_1 = 0.1$

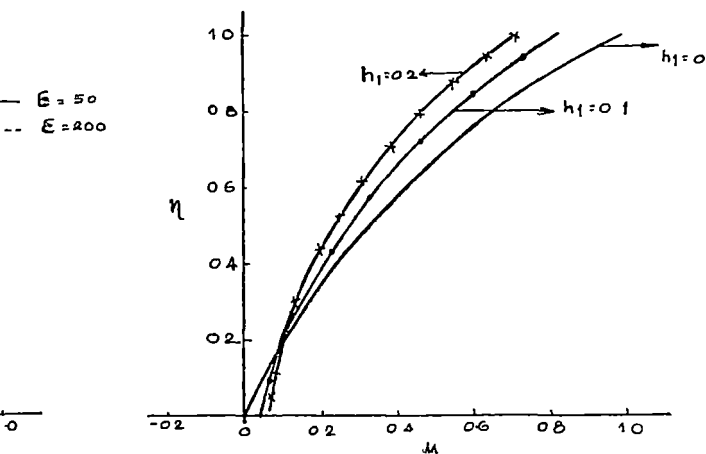


Fig 4 Axial velocity profiles for $M = 2$, $\lambda = 0$, $h_1 = 0, 0.1, 0.2$,

$\epsilon = 2, 4, 6$

1. From table I, we have the following observations: In refs. [2, 3, 4] it was observed that an increase in suction Reynolds number leads to an increase in axial pressure. It also increases with increasing ε . Both in slip-flow and no-slip case, an increase in M leads to an increase in the axial pressure. Also with

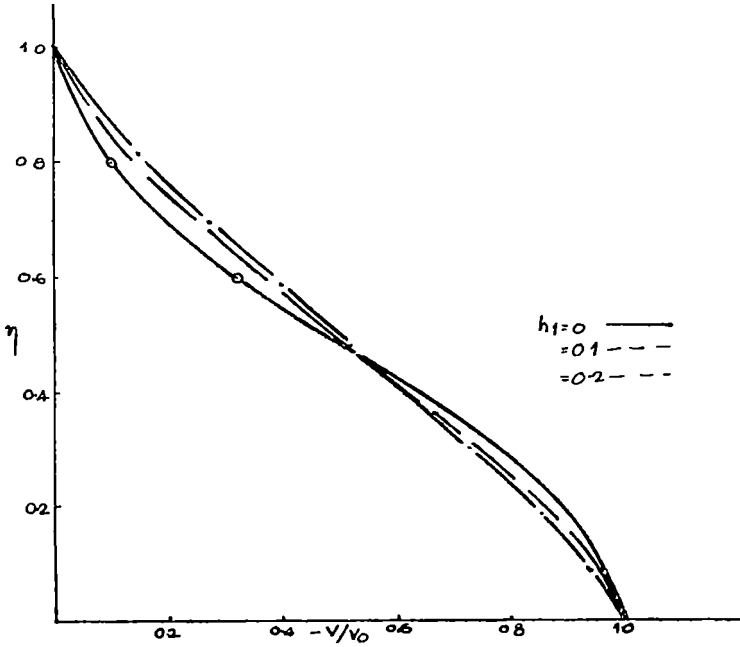


Fig 5 Transverse velocity profiles for $M = 2$, $\lambda = 0.1$

or without magnetic field, an increase in h_1 leads to a decrease in the pressure. For comparison, we have from ref. [3] the values of the axial pressure for $M = 0$, $h_1 = 0.1$, $\lambda = 0.1$, $\varepsilon = 40$ as 0.0558 whereas from table I, the corresponding value is 0.0944. This shows that under the influence of the transverse magnetic field, the axial pressure increases in slip-flow regime.

2. In table II, the values of the velocity gradient are entered. This shows that the force necessary to move the upper plate has to be increased as M , λ , h_1 or ε increases. In hydrodynamic case [3] the force to be exerted is less as λ or h_1 increases. But under magnetic field, an increase in h_1 or λ leads to an increase in the applied force.

3. In table III, the numerical values of the shearing stress are entered. One can observe that an increase in h_1 , λ or M leads to a decrease in C_f . The same was observed in ref. [3]. But in hydrodynamic case, the separation was observed to be delayed due to the rarefaction of the gaseous medium. However, the application of the transverse magnetic field enhances the separation as was observed in ref. [4], eg C_f was found to be negative for $\varepsilon = 100$ when $M = 2$, $\lambda = 0.1$ and $h_1 = 0$. But for $h_1 = 0.1$, for the same M and λ , C_f is found to be positive. Hence under the action of the magnetic field, the separation is also delayed due to rarefaction.

4. The mass flow coefficient decreases along the length of the channel as h_1 increases, but increases as λ increases. In ref. [3] it was observed that for $M = 0$, $h_1 = 0.1$, and $\lambda = 0.1$, $C_g = 0.9462$ when $\varepsilon = 400$. But from table IV, the corresponding value is 1.1274 for $M = 2$. This shows that C_g increases due to the application of the magnetic field, in the slip-flow regime. But in no-slip case the corresponding value of C_g for $M = 2$ is 3.077. This shows that the rarefaction of the medium decreases the flow coefficient.

(Received September 22, 1969)

REFERENCES

- 1 K D Sinha and R C Chaudhary, Proc Ind Acad Sci, **61**, 308–318, 1965
- 2 P D Varma and J L Bansal, Proc Ind Acad Sci, **64**, 385–396, 1966
- 3 V M Soundalgekar and V G Divekar, To be published
- 4 V M Soundalgekar and A T Dhavale, To be published
- 5 S A Schaaf and P L Chambre, *Flow of rarefied gases* Princeton Univ Press, 1958
- 6 S I Pai, *Magnetogas-dynamics and plasma dynamics*, Springer-Verlag, 1962
- 7 H Schlichting, *Boundary Layer Theory*, McGraw Hill Book Co, 1960

DESPRE SCURGEREA COUETTE MHD ÎN REGIM DE ALUNECARE ȘI CU SUȚIUNE CONSTANTĂ PE PLACA FIXĂ

(Rezumat)

Se face o analiză a scurgerii Couette bidimensionale în regim de alunecare, a unui fluid viscos, incompresibil și conductor electric. Se consideră, de asemenea, o suțiuțe constantă slabă pe placa staționară. În aceste condiții, ecuațiile lui Navier-Stokes, care descriu scurgerea bidimensională, sînt reduse la două ecuații diferențiale ordinare neliniare de ordinul trei, respectiv doi. Aceste ecuații se rezolvă prin metoda perturbațiilor după puterile lui λ — numărul lui Reynolds de suțiuțe. Se dau grafice pentru profilele axiale și transversale de viteză și se stabilesc tabele pentru diferența de presiune, gradientul de viteză pe placa superioară și coeficientul de masă. Aceste rezultate se compară cu cele cunoscute din cazul cînd lipsește cîmpul magnetic și suțiuținea.

О МГД ТЕЧЕНИИ КУЭТТ В РЕЖИМЕ СКОЛЬЖЕНИЯ И С ПОСТОЯННЫМ ПОДСОСОМ НА НЕПОДВИЖНОЙ ПЛАСТИНКЕ

(Резюме)

Проводится анализ двумерного течения Куэтт в режиме скольжения вязкой несжимаемой электропроводящей жидкости. Рассматривается также слабый постоянный подсос на стационарной пластинке. В этих условиях уравнения Навье—Стокса, описывающие двумерное течение, сводятся к двум нелинейным обыкновенным дифференциальным уравнениям третьего, соответственно второго порядка. Эти уравнения решаются методом пертурбаций по степеням λ — подсосное число Рейнольдса. Даются графики для осевых и поперечных профилей скорости и устанавливаются таблицы для разности давления, градиента скорости на верхней пластинке и коэффициента массы. Эти результаты сравниваются с результатами, известными из случая, когда отсутствует магнитное поле и подсос.

UNELE DATE STRUCTURALE ȘI ELECTRICE
PRIVIND SISTEMUL $V_2O_5-Sb_2O_3$

de

S. GOCAN, L. STĂNESCU și I. ARDELEAN

Acest studiu face parte dintr-o serie de lucrări consacrate sticlelor semiconductoare pe bază de V_2O_5 . Înainte de a studia sistemele ternare s-au efectuat studii asupra sistemelor binare [1-4] care intră în compoziția sticlelor semiconductoare pe bază de V_2O_5 .

Nu există nici un fel de date în literatură privind structura și proprietățile acestui sistem

Partea experimentală. 1 *Prepararea probelor* Probele au fost preparate din produși de puritate p. a. care au fost topiți în creuzete de cuarț.

În tabelul 1 este redată compoziția probelor exprimată în procente molare.

Tabel 1

Nr probei	1	2	3	4	5	7	
V_2O_5 , mol. %	98	95	90	80	70	60	50
Sb_2O_3 , mol %	2	5	10	20	30	40	50

2. **Studiul spectrelor de absorbție în infraroșu.** Spectrele au fost obținute cu un spectrograf UR-10 folosind tehnica pastei în nujol.

În fig. 1 redăm spectrele componentilor puri.

Spectrul V_2O_5 este interpretat în lucrarea [5] și amintit în lucrarea [3].

Spectrul Sb_2O_3 constă dintr-un domeniu de absorbție larg, cuprins între 400-800 cm^{-1} în care se constată trei maxime mai mari și două mai mici, după cum urmează: 465 cm^{-1} , 555 cm^{-1} , 600 cm^{-1} , 650 cm^{-1} și 770 cm^{-1} . Ultimul este și cel mai intens. Se constată că acest maxim este în apropierea 810 cm^{-1} a pent-oxidului de vanadiu, care corespunde vitrațiilor legăturilor $-V-O-V-$.

În fig. 2 și 3 sînt redate spectrele sistemului $V_2O_5 - Sb_2O_3$

Pe măsura adaosului de Sb_2O_3 se constată dispariția (la raportul echimolar al componentilor) maximului de la 810 cm^{-1} . Dacă sistemul ar fi constituit dintr-un simplu amestec mecanic al componentilor, în jurul frecvenței de 800 cm^{-1} maximul nu ar trebui să dispară, deoarece ambii componenți posedă absorbții în acest domeniu

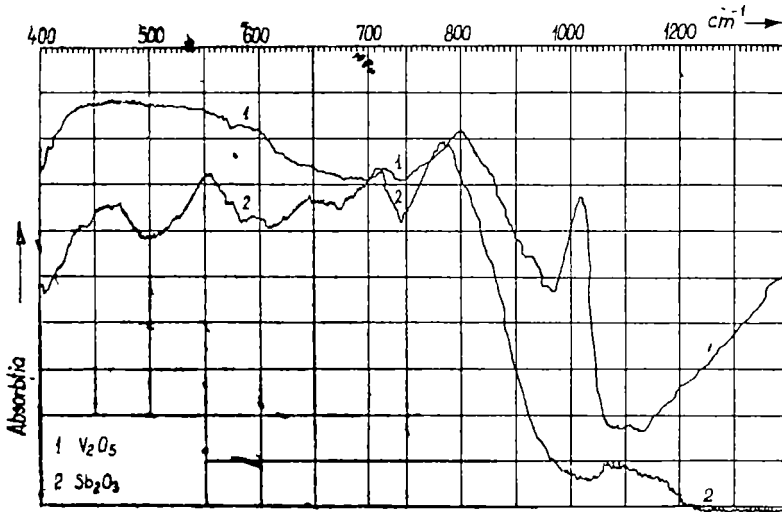


Fig. 1

(Sb_2O_3 are maximul cel mai pronunțat la 770 cm^{-2}). Se poate trage deci concluzia că între componenți există o interacțiune chimică

3. **Studiul termogravimetric.** Studiul termogravimetric a fost întreprins cu ajutorul derivatografului de tip OD-101 (PPE-676).

S-a studiat schimbarea de greutate la topire și s-a constatat că în timpul topirii a avut loc o absorbție de oxigen datorită existenței ionilor de vanadiu de valență inferioară [6].

În fig. 4 redăm cantitatea de oxigen absorbită pînă la topire, exprimată în miligrame de oxigen raportată la gram de substanță. Examinînd această figură se constată un maxim al absorbției de oxigen situat la 20% molare Sb_2O_3

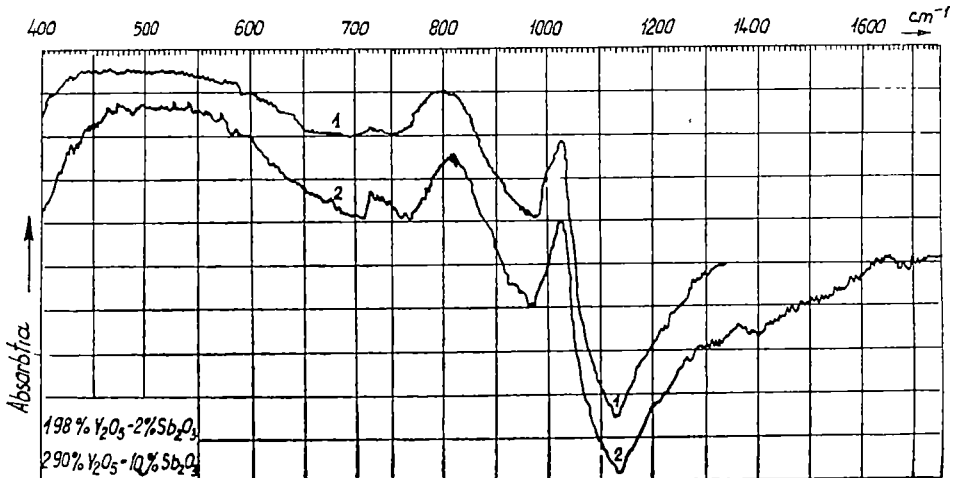


Fig. 2

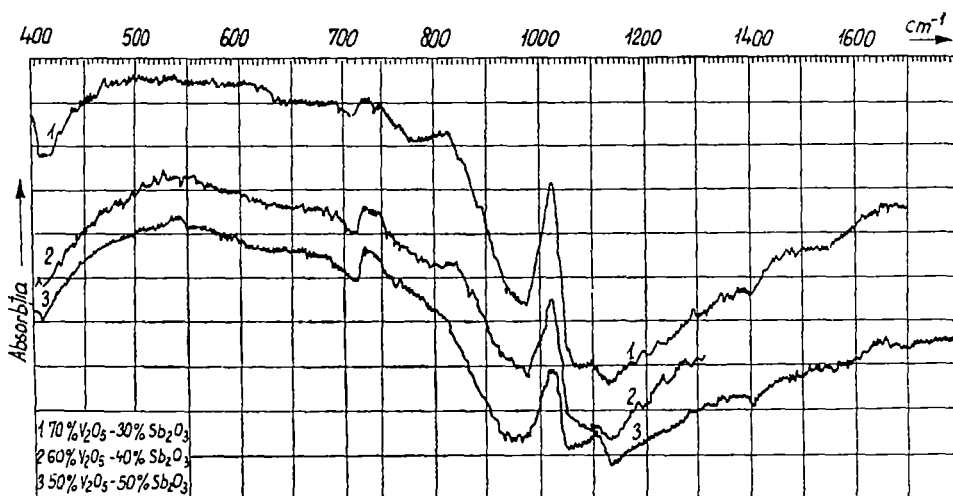


Fig 3.

Un fenomen interesant la acest sistem se constată după topire. Toate termogramele indică o scădere de greutate foarte clară în domeniul de temperatură în care există numai fază lichidă.

Rezultatele din figura 4 se referă la o absorbție de oxigen care are loc în apropierea imediată a temperaturii de topire, pînă la punctul de topire, unde se constată un maxim de greutate, după care începe scăderea de greutate amintită mai sus.

4. Studiul rezistenței electrice în funcție de temperatură. Pentru studiul rezistenței electrice în funcție de temperatură s-a folosit instalația și metoda descrisă în lucrarea [1]

În fig. 5 este redat graficul dependenței $\log.R = f\left(\frac{1}{T}\right)$. Se constată o depen-

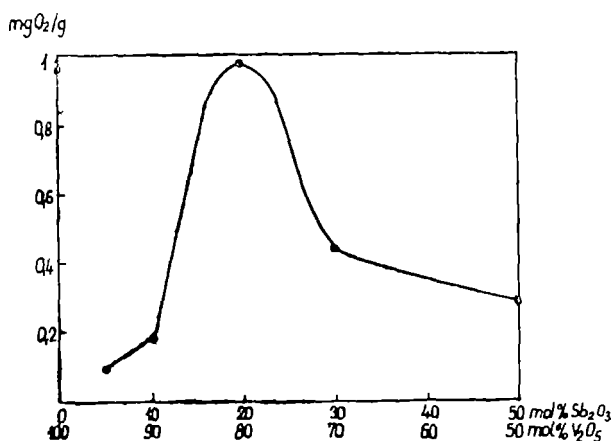


Fig 4

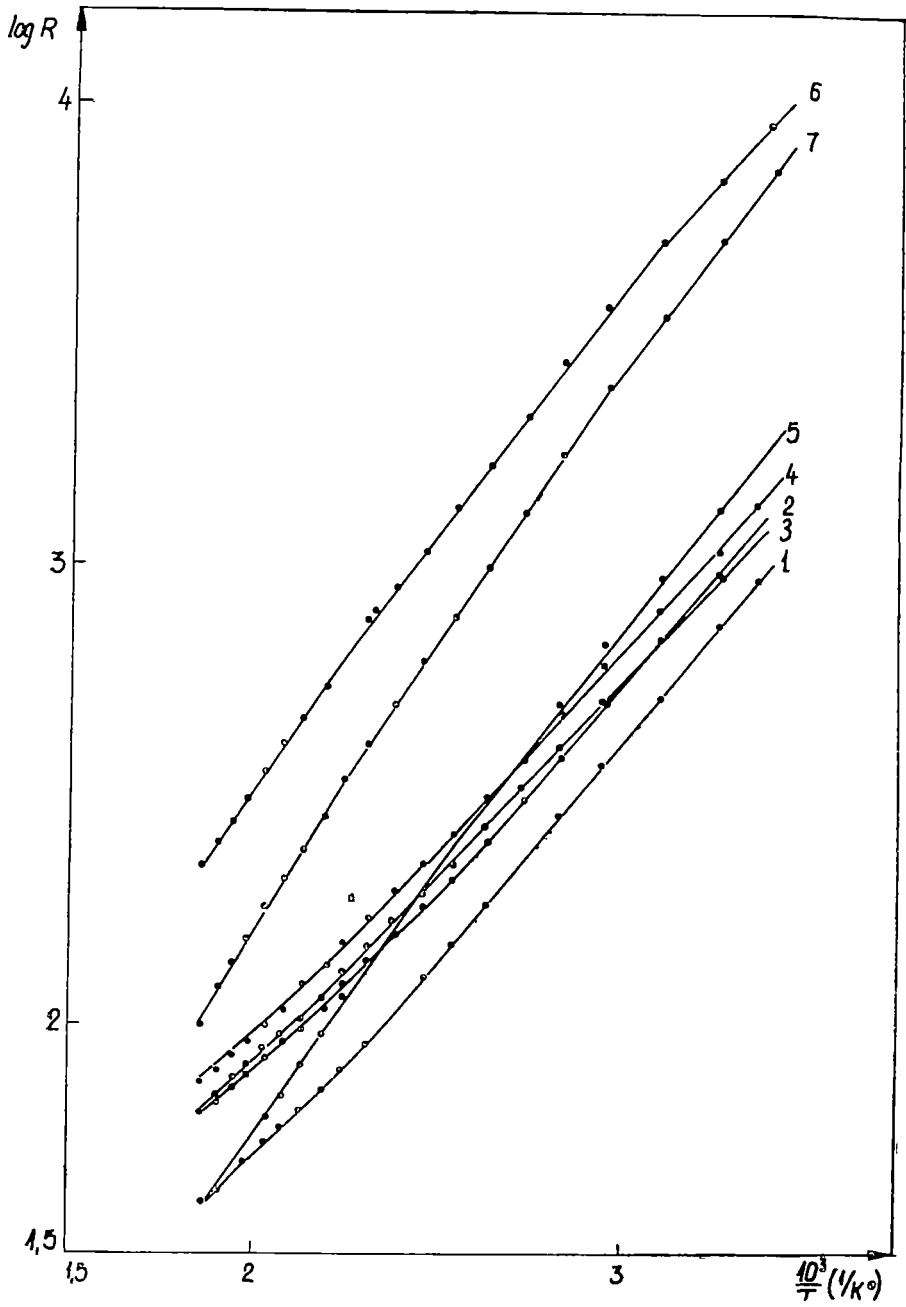


Fig. 5.

dență caracteristică semiconductorilor. Curbele semilogaritmice prezintă o pantă variabilă.

În fig. 6 redăm graficul energiei de activare a conductibilității electrice (ΔE), funcție de compoziția sistemului S-au considerat pantele curbelor semilogaritmice din domeniul temperaturilor joase pentru calculul energiei de activare a conductibilității electrice

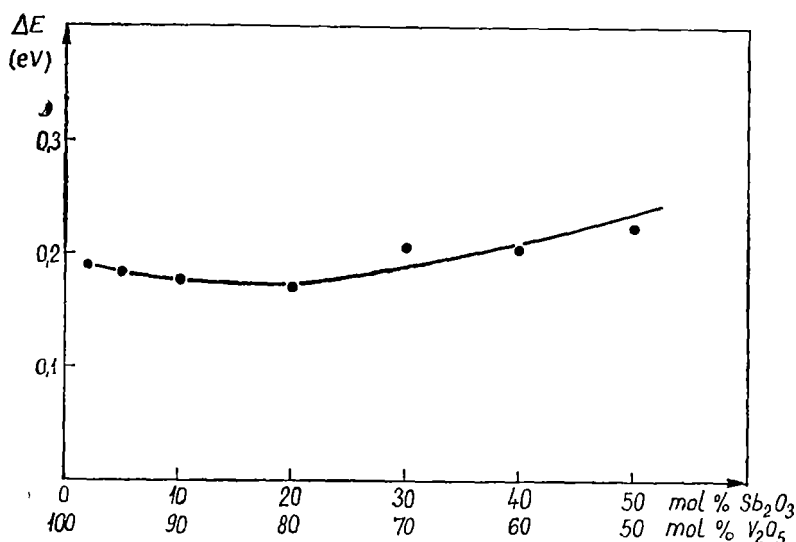


Fig 6

Adaosul de Sb_2O_3 are în general o influență mică asupra energiei de activare. Se constată un minim al lui ΔE pentru 20% molare Sb_2O_3 . Acest minim este situat la aceeași compoziție la care se constată maximum de absorbție a oxigenului (fig. 4), deci maximum de nestoechiometrie în raport cu oxigenul. La acest maximum avem probabil și un maximum al conținutului de ioni V^{4+} care joacă rolul de donori. Este cunoscut faptul că la creșterea cantității de impurități (donori sau acceptori) energia de activare a conductibilității electrice se micșorează

Concluzii. Din studiul spectrelor IR, s-a tras concluzia că între componenți există o interacțiune chimică, demonstrată de dispariția maximumului de la 810 cm^{-1} cu toate că atât V_2O_5 cât și Sb_2O_3 absorb în jur de 800 cm^{-1}

Studiul termogravimetric a pus în evidență o nestoechiometrie în ceea ce privește oxigenul, și anume un deficit de oxigen. Acest deficit de oxigen se manifestă probabil prin existența ionilor de V^{4+} care constituie impurități donoare

Energia de activare a conductibilității electrice este puțin influențată de adaosul de Sb_2O_3 la V_2O_5 . Se poate totuși constata un minim al energiei de activare pentru concentrația de 20% molare, Sb_2O_3 , acolo unde se pune în evidență maximum de absorbție al oxigenului pe cale termogravimetrică.

BIBLIOGRAFIE

1. S Gocan și L Stănescu, Stud Univ Babeș-Bolyai, Seria Math-Phys fasc. 1, 105 (1965)
2. S. Gocan, L Stănescu și Șt Man, Stud Univ. Babeș-Bolyai, Series Math.—Phys Fasc 2, 109 (1965).
- 3 L Stănescu, S Gocan, I. Ardelean și Șt. Man, Stud Univ Babeș—Bolyai rev Math , Phys, fasc. 2, (1969).
- 4 S Gocan, L Stănescu, I Ardelean și Șt Man, Stud Univ Babeș—Bolyai (sub tipar)
- 5 O G Barraclough, J. Lewis, R S. Nyholm, J. Chem. Soc., 3552 (1959)
- 6 L Stănescu și I Ardelean, Stud, Univ Babeș-Bolyai, Seria Mat-Phys. Fasc 1, 101 (1969)

НЕКОТОРЫЕ СТРУКТУРНЫЕ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ДАННЫЕ О СИСТЕМЕ
 $V_2O_5-Sb_2O_3$

(Резюме)

Спектры в ИК области выявили, что существует химическое взаимодействие между компонентами.

Термогравиметрический анализ показывает, что система имеет нестехиометрию по отношению к кислороду, с максимумом при 20 молярных процентов Sb_2O_3 .

Прибавка Sb_2O_3 оказывает незначительное влияние на энергию активации электропроводности, всё же авторы смогли выявить минимум при 20 молярных процентов Sb_2O_3

SOME STRUCTURAL AND ELECTRICAL DATA CONCERNING
 $V_2O_5-Sb_2O_3$ SYSTEM

(Summary)

The I R spectra revealed the existence of a chemical interaction between the components
 From the thermogravimetric analysis there follows that the system presents a nonstoichiometry in comparison with oxygen, with a maximum at 20 molar per cent of Sb_2O_3

An addition of Sb_2O_3 does not sensibly influence the activation energy of the electrical conductivity, however a minimum at 20 molar per cent of Sb_2O_3 can be evidenced

ACȚIUNEA CÎMPULUI ULTRASONIC ASUPRA POTENȚIALULUI DE ELECTROD AL CUPRULUI ÎN APĂ BIDISTILATĂ

de

ȘT. VĂDEANU, I. PETROVAN și V. MIHĂILESCU

Este cunoscut faptul că mișcarea relativă a unui electrod față de soluție produce variația potențialului de electrod, variație ce se menționează ca potențial de mișcare sau potențial motoelectric

Potențialul de mișcare a fost studiat de mulți cercetători, printre care Acad. Șt. P r o c o p i u [1] și colaboratorii săi [2], [3], stabilindu-se că depinde de mulți factori: metalul electrodului, natura și concentrația soluției, temperatură, timpul de imersiune al electrozilor în soluție, etc.

Într-o lucrare anterioară [4], studiindu-se acțiunea cîmpului ultrasonic asupra potențialului de electrod al metalelor în soluții acide, s-a constatat că, cîmpul ultrasonic, analog agitării mecanice, produce o variație a potențialului de electrod, care pentru cupru este negativă, iar pentru fier și zinc este pozitivă. Unele deosebiri menționate s-au atribuit acțiunilor de oxidare și de intensificare a dizolvării metalelor în soluții acide de către cîmpul ultrasonic în prezența cavitației

Acțiunea de oxidare a cîmpului ultrasonic fiind mai evidentă în apă și mai intensă cu creșterea intensității cîmpului ultrasonic, în prezenta lucrare ne-am propus să studiem acțiunea cîmpului ultrasonic asupra potențialului de electrod al cuprului în apă bidistilată, în funcție de timpul de acțiune al cîmpului ultrasonic, intensitatea cîmpului ultrasonic și timpul de imersiune al electrozilor. Pentru studiu s-a ales cuprul, deoarece potențialul de electrod al cuprului în apă, după o oră de imersiune, variază foarte puțin cu timpul [5]

Procedeeul experimental. Se constituie o pilă galvanică în care unul din electrozi este un element de mercur cu soluție KCl 0,1 n, iar al doilea electrod este electrodul de studiat.

Vasul cu electrodul de studiat, plasat în cîmpul ultrasonic, are pereții dubli pentru a permite termostatarea. Acest vas este legat printr-un sifon cu un alt vas în care se află tot apă bidistilată și care la rîndul său este legat, printr-un sifon umplut cu gel agar-agar, cu un vas cu soluție saturată de KCl, vas prin care se face legătura cu electrodul de calomel.

Variația potențialului de electrod sub acțiunea cîmpului ultrasonic s-a măsurat cu un milivoltmetru electronic MV 11 care permite măsurarea potențialului cu o precizie de $1 \cdot 10^{-3}$ volți.

Generatorul ultrasonic folosit, este un generator piezoelectric Tesla 250, avînd frecvența de 1 MHz.

Măsurarea puterii acustice în celulă s-a făcut cu metoda calorimetrică [6] pentru primele patru trepte de intensitate am obținut $0,57 \text{ w/cm}^2$, $0,92 \text{ w/cm}^2$, $1,27 \text{ w/cm}^2$, respectiv $1,91 \text{ w/cm}^2$.

Deși potențialul de mișcare depinde de temperatură [2] și electrodul de studiat se încălzește în câmpul ultrasonic cu 1°C la $3,6^\circ\text{C}$, în funcție de intensitate, n-ar făcut corecții de temperatură, variația potențialului de mișcare al cuprului nede-pășind $1-2 \text{ mV}$ pentru variațiile de temperatură provocate de câmpul ultrasonic. Temperatura de lucru a fost de 25°C .

S-au folosit electrozi filiformi cu diametrul de $0,6$ la $0,8 \text{ mm}$ și trecuți printr-un tub de sticlă umplut cu parafină, în scopul de a păstra constantă lungimea care vine în contact cu apa de cca 10 mm . Curățirea suprafeței electrozilor s-a făcut cu hîrtie abrazivă de granulație 400 , după care s-a șters cu hîrtie de filtru.

Rezultatele experimentale. Variația potențialului de electrod în câmpul ultrasonic s-a măsurat prima dată după o oră de la introducerea electrozilor în apă, cînd potențialul pilei galvanice a devenit aproape staționar. Măsurătorile s-au repetat după 4 ore de imersiune a

electrozilor și după 20 ore de imersiune.

Pe graficele din fig. 1—3 sînt trecute variațiile potențialului de electrod provocate de câmpul ultrasonic, în funcție de timpul de acțiune al câmpului ultrasonic, intensitatea câmpului ultrasonic și timpul de imersiune al electrozilor în apă.

Pe graficele din fig. 1 sînt prezentate cu linii întrerupte curbele de restabilire a potențialului de electrod, după încetarea acțiunii câmpului ultrasonic.

Din rezultatele experimentale se constată:

1. La timpul de imersiune a electrozilor de o oră, câmpul ultrasonic produce o variație bruscă a potențialului de electrod cu o valoare între $20-30 \text{ mV}$ pentru toate treptele de intensitate, valoare ce corespunde ca sens și mărime cu potențialul de mișcare [1], [2], [3]. La continuarea acțiunii câmpului ultrasonic urmează o perioadă de oscilare a variației potențialului de electrod, după care variația crește cu atît mai accentuată cu cît este mai mare intensitatea câmpului ultrasonic. După încetarea acțiunii câmpului ultrasonic,

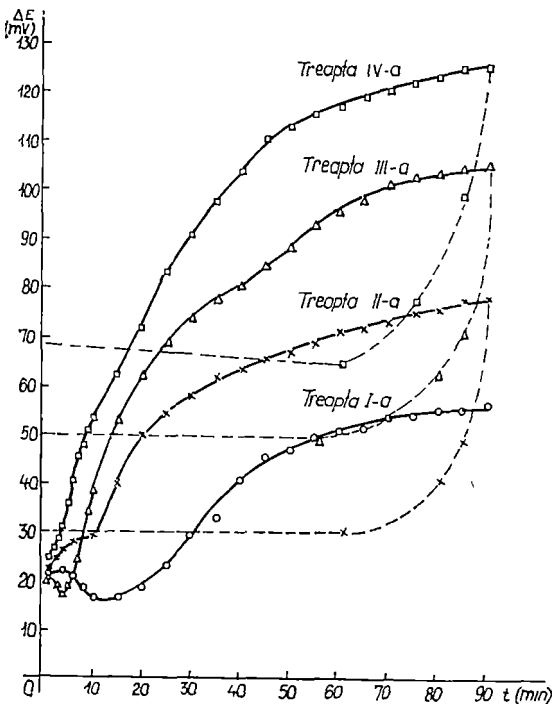


Fig. 1 Variația potențialului de electrod a cuprului, provocată de câmpul ultrasonic, la timpul de imersiune de o oră, în funcție de timpul de acțiune și de intensitatea câmpului ultrasonic

potențialul electrozilor nu revine la valoarea inițială, variația permanentă depinzînd de intensitatea câmpului ultrasonic.

2. La timpul de imersiune de 4 ore și 20 ore, variația potențialului de electrod este bruscă și la continuarea acțiunii câmpului ultrasonic suferă schimbări

puțin pronunțate. După încetarea acțiunii cîmpului ultrasonic, potențialul de electrod revine la valoarea inițială sau la o valoare apropiată. Cu creșterea intensității cîmpului ultrasonic, variația potențialului scade.

3. Comparînd variația potențialului de electrod provocată de cîmpul ultrasonic cu potențialul de mișcare [2], se constată existența unor deosebiri esențiale. Valoarea variației potențialului de electrod provocată de cîmpul ultrasonic este comparabilă cu potențialul de mișcare numai la timpul de imersiune de o oră și în primele minute ale acțiunii cîmpului ultrasonic

Interpretarea rezultatelor experimentale. După ipoteza Acad Șt Procopiu [1], în vecinătatea electrozilor metalelor electronegative, concentrația ionilor de hidrogen este mai mare decît în interiorul soluției. Ca urmare a agitării electrodului sau a soluției stratul difuz cu exces de ioni de hidrogen se desprinde, producîndu-se o micșorare a potențialului pozitiv al electrodului, deci un potențial de mișcare negativ. O altă cauză care poate să producă o variație în sens negativ a potențialului de electrod este dizolvarea metalelor

La timpul de imersiune de o oră, cîmpul ultrasonic distrugînd gradientii de concentrație la interfața metal-apă [7], în primele minute ale acțiunii cîmpului ultrasonic se produce o variație a potențialului pozitiv al cuprului, care în mărime și sens este comparabilă cu potențialul de mișcare.

Cîmpul ultrasonic în prezența cavitației provocînd degazarea apei, oxidarea suprafeței electrodului, eroziunea suprafeței electrodului și intensificarea dizolvării electrodului [8, 9] — acțiuni ce produc variații de sens opus asupra potențialului de electrod —, duc la fluctuația variației potențialului de electrod. La continuarea acțiunii cîmpului ultrasonic, datorită predominării acțiunii de eroziune a suprafeței electrodului și de intensificare a dizolvării lui — acțiuni ce se intensifică cu creșterea inten-

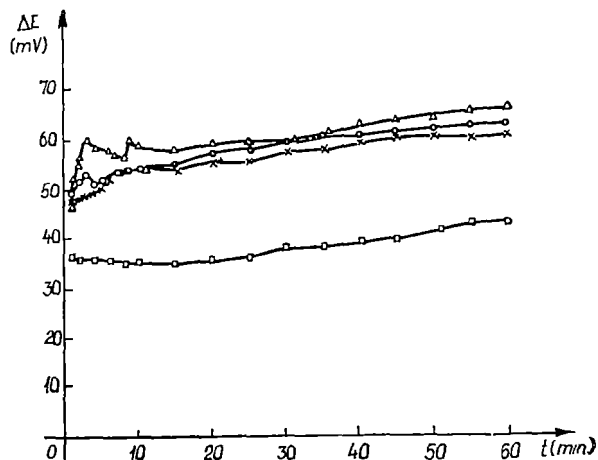


Fig 2 Variația potențialului de electrod a cuprului, provocată de cîmpul ultrasonic, la timpul de imersiune de 4 ore, în funcție de timpul de acțiune și de intensitatea cîmpului ultrasonic.

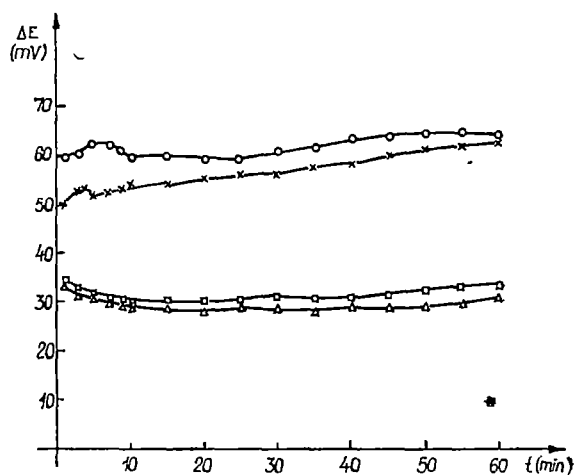


Fig 3 Variația potențialului de electrod a cuprului, provocată de cîmpul ultrasonic, la timpul de imersiune de 20 ore, în funcție de timpul de acțiune și de intensitatea cîmpului ultrasonic.

sităţii cîmpului ultrasonic —, variaţia potenţialului electrodului creşte cu atît mai mult cu cît este mai mare intensitatea cîmpului ultrasonic.

La timpii de imersiune de 4 ore şi 20 ore, pe suprafaţa electrozilor s-a format un strat de oxid de cupru. Cîmpul ultrasonic în prezenţa cavitaţiei erodînd acest strat de oxid, provoacă apariţia unei variaţii mai pronunţate a potenţialului de electrod, variaţie ce depinde de gradul de erodare a suprafeţei electrodului. Cînd stratul de oxid are o grosime mai mare, erodarea suprafeţei electrodului este mai mică şi tot astfel este şi variaţia potenţialului de electrod.

Concluzii. 1. Cîmpul ultrasonic în prezenţa cavitaţiei produce o variaţie a potenţialului electrodului de cupru în apă bidistilată, care în mărime şi sens, este comparabilă cu potenţialul de mişcare, numai în primele minute ale acţiunii cîmpului ultrasonic şi la timpul de imersiune de o oră.

2 Variaţia potenţialului de electrod suferă schimbări dacă acţiunea cîmpului ultrasonic se menţine. Aceste schimbări sînt mult mai accentuate la timpul de imersiune de o oră şi mai puţin pronunţate la timpii de imersiune mai mari.

3 Variaţia potenţialului de electrod este funcţie de intensitatea cîmpului ultrasonic. La timpul de imersiune de o oră variaţia potenţialului creşte cu intensitatea cîmpului ultrasonic, iar la vechimi mai mari scade.

(Intrat în redacţie la 28 iunie 1969)

BIBLIOGRAFIE

- 1 Şt Procopiu, Buletin de la Section Sci de l'Acad Roumaine, 4, 126 (1915), J Chem Phys 19, 121 (1921), J Chem Phys 27, 29 (1930), Z Phys Chem A 154, 322 (1931)
- 2 F Kelemen, Studia Universitatis Babeş-Bolyai, Ser Math-Phys, fasc 1, p 205 (1960)
- 3 V G Gheorghiu, Ann Scient de l'Univ, de Jassy, 10, p 337 (1933)
- 4 Şt Vădeanu şi F Kelemen, Lucrările consfătuirii „Metode ultrasonice de măsurare şi control”, IV, p. 35—46 (1965)
- 5 M-Ile V Procopiu, Ann Scient Univ Jassy, 1, 32 (1939)
- 6 J Guillon, J rech Centre nat rech scient, 1048, p 199—229 (1959)
- 7 R Penn, E Yeager şi F Novorka, J Acoust Soc of America, 31, nr 10, p 1372 (1959)
- 8 Ludwig Bergmann, *Der Ultraschall und seine Anwendung in Wissenschaft und Technik*, Zurich, 1954
- 9 M M Degrois şi B Bodilian, CR, 257, nr 22, p 3333 (1963)

ДЕЙСТВИЕ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ПОЛЯ НА ЭЛЕКТРОДНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ МЕДИ В БИДИСТИЛЛИРОВАННОЙ ВОДЕ

(Резюме)

Авторы изучали экспериментально действие ультразвукового поля на электродный потенциал меди в бидистиллированной воде, в зависимости от времени действия ультразвукового поля, силы ультразвукового поля и времени иммерсии электродов в воде.

Экспериментальные результаты показывают, что изменение электродного потенциала — в отношении знака и величины, — вызванное ультразвуковым полем, сравнимо с потенциалом движения, полученным путём механического мешания электрода лишь в первые минуты действия ультразвукового поля при времени иммерсии равному часу. Различия изменения электродного потенциала, вызванного действием ультразвукового поля, по отношению к потенциалу движения, интерпретируются усилением процесса растворения и эрозии поверхности электрода, а также действием окисления электрода ультразвуковым полем в присутствии кавитации.

ULTRASONIC FIELD ACTION ON COPPER ELECTRODE POTENTIAL IN
BIDISTILLATE WATER

(S u m m a r y)

An experimental study was made in the present paper of the ultrasonic field action on copper electrode potential in bidistillate water, depending on action time of the ultrasonic field, ultrasonic field intensity and immersion time of electrodes in water.

The experimental results show that the electrode potential variation, in sign and magnitude, produced by the ultrasonic field, is comparable to the motion potential obtained through mechanical agitation of the electrode, only in the first minutes of the ultrasonic field action and at an hour's immersion time. The differences in electrode potential variation produced by the ultrasonic field action, relative to the motion potential, are interpreted through intensifying the process of dissolving and eroding the electrode surface and through oxidating the electrode by ultrasonic field in the presence of cavitation.

DER METAMAGNETISMUS DER INTERMETALLISCHEN VERBINDUNG CoGd_3

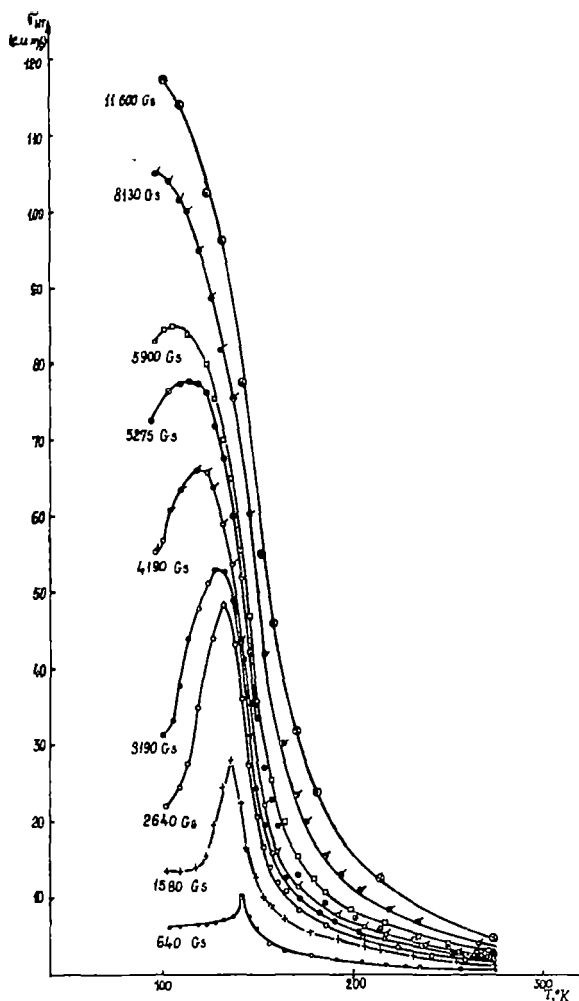
von

JULIU POP, EMIL BURZO und V. I. TCHETCHERNIKOV

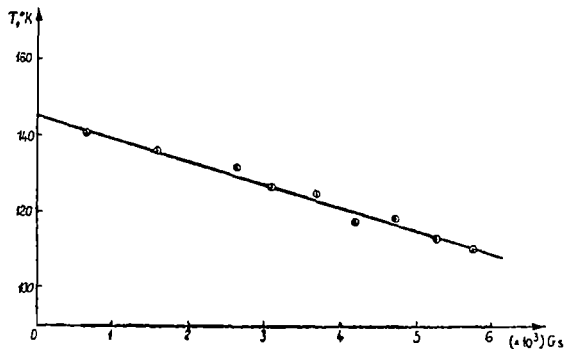
Das Vorhandensein der intermetallischen Verbindung CoGd_3 mit oktorhombischer Struktur wurde von Novy und Mitarbeitern [1], in Verbindung mit dem Studium des Gleichgewichtsdiagrammes des Systems Co-Gd nachgewiesen. Die Werte der Netzparameter die in der Literatur vorhanden sind, stimmen nicht überein, Sawizki und Mitarbeiter [2] geben für die Verbindung CoGd_3 die Parameter $a = 5,17 \text{ \AA}$, $b = 6,72 \text{ \AA}$ und $c = 5,94 \text{ \AA}$ an. Neuerdings erhielt D. Gignoux [3] sehr verschiedene Werte dieser Netzparameter und zwar $a = 7,03 \text{ \AA}$, $b = 5,94 \text{ \AA}$ und $c = 6,30 \text{ \AA}$, der Zuverlässigkeitsfaktor ist 6%, wenn man die experimentellen Messungen mit den theoretischen Berechnungen vergleicht

Die magnetischen Messungen wurden mit Hilfe einer mechanisch kompensierten faradayschen Suszeptibilitätswaage durchgeführt, die eine Suszeptibilität von $10^{-7} \text{ cm}^3/\text{g}$ hat. Die Masse der Proben wurde mit einer „Sartorius“-Mikrowaage bestimmt und die Temperatur mittels eines Thermoelementes aus Kupfer-Konstantan zwischen $90\text{--}294^\circ\text{K}$ und im Bereiche zwischen $294\text{--}670^\circ\text{K}$ mit einem Thermolement aus Platin — Platin-Rhodium gemessen. Ausser den statischen Messungen im Temperaturbereich zwischen $125\text{--}296^\circ\text{K}$, wurde auch die paramagnetische Resonanzabsorption der Verbindung CoGd_3 , mit Hilfe eines JES—379 X Spektrometers an pulverförmigen Proben studiert. Die Verbindung wurde vorerst 50 Stunden lang bei 900°K unter Vakuum einer thermischen Behandlung, zwecks Homogenisierung, unterworfen. Die Mikrostruktur der Proben wurde mit Hilfe eines metallographischen Mikroskopes untersucht, wobei leichte Spuren von Gadolinium auf der Grundlage der intermetallischen Verbindung nachgewiesen wurden. Die Untersuchungen der Probe mit X-Strahlen bestätigten die von D. Gignoux [3] erhaltenen Ergebnisse und ausserdem wurden zusätzliche Linien von sehr schwacher Intensität nachgewiesen, die von dem Überfluss an Gadolinium herrühren.

Die Kurven die die Temperaturabhängigkeit der Magnetisationsintensität in magnetischen Feldern zwischen $0,64\text{--}11,6 \text{ kGs}$ aus Abbildung 1 darstellen, deuten ein metamagnetisches Verhalten der Verbindung CoGd_3 an. Es geht deutlich hervor, dass das der Néel-Temperatur entsprechende Maximum der Magnetisationsintensität sich sowohl bei schwachen, als auch bei verhältnismässig starken magnetischen Feldern bemerkbar macht. Ausserdem, wie aus Abbildung 2, in der die Abhängigkeit der Néel-Temperatur vom angewandten magnetischen Feld dar-



A b b 1



A b b 2

gestellt ist, hervorgeht, verschiebt sie sich linear gegen die tieferen Temperaturen unter gleichzeitigem Anwachsen des magnetischen Feldes. Durch Extrapolierung der Geraden bei magnetischen Feldern die gleich Null sind, erhält man für die untersuchte Verbindung eine Néel-Temperatur $T_N = 145^\circ\text{K}$.

Die lineare Abhängigkeit der Néel-Temperatur vom angewandten magnetischen Feld gibt Aufschlüsse über den Mechanismus der magnetischen Ordnung, eine charakteristische Eigenschaft des Austausches mit Hilfe der Konduktivitätselektronen und in vollständigem Einklang mit den theoretischen Schlussfolgerungen von K. Yosida und H. Miwa [4].

Das metamagnetische Verhalten der Verbindung wird auch mit Hilfe der Isothermen der Magnetisationsintensität hervorgehoben, welche in Abbildung 3 dargestellt sind. Aus der Abbildung ist ersichtlich, dass die Magnetisationsabhängigkeit vom angewandten Magnetfeld anfangs linear verläuft, bis ein kritischer Wert des Magnetfeldes (H) als Funktion der Temperatur erreicht wird, bei dem die Magnetisationsintensität plötzlich anwächst um dann der Sättigung zuzustreben. Daraus geht hervor, dass beim kritischen Feld H die antiferromagnetische Ordnung zerstört und der ferromagnetische Zustand induziert wird. Dieses Ergebnis steht im Einklang mit den von Gignoux [3] erhaltenen Daten.

Unsere Arbeitsbedingungen erlaubten nicht die absolute Sättigung zu erreichen, um Bestimmungen des magnetischen Momentes im Ordonationsbereich zu unternehmen. Die von Gignoux [3] erhaltenen Daten haben ein absolutes magnetisches Sättigungsmo-

ment von $\sigma_0 = 22 \pm 0,5 \mu B$ pro Einheitsformel CoGd₃ hervor, woraus er schliesst, dass das magnetische Moment eines Kobaltatoms sehr klein oder gar Null ist (in Übereinstimmung mit dem magnetischen Verhalten anderer gleichartiger Verbindungen seltener Erden CoR₃). Nimmt man nun auch den Beitrag des Kobalts in Betracht, der selbstverständlich klein ist gegenüber dem des Gadoliniums, erhält man als Wert des Sättigungsmomentes $\sigma_0 = 22,7 \mu B$. Infolgedessen lässt sich nicht mit Bestimmtheit behaupten, ob in diesem Fall das Kobalt, auf Grund einer Veränderung der elektronischen Konfiguration, magnetisch neutral ist, so wie aus Arbeit [5] für andere intermetallische Verbindungen des Kobalts mit Gadolinium hervorgeht.

Die antiferromagnetisch-paramagnetische Übergangstemperatur ist auch durch die Daten der elektronischen Spinresonanz klar begrenzt, so wie aus Abbildung 4 ersichtlich wird, wo die Temperaturabhängigkeit der Breite der Absorptionslinie dargestellt ist. Es wird festgestellt, dass bei der Übergangstemperatur Ordnung-Unordnung, die Breite der Absorptionslinie mit dem Verschwinden der antiferromagnetischen Wechselwirkung, plötzlich abnimmt.

Die Temperaturabhängigkeit des g-Faktors in Abbildung 5 dargestellt, zeigt einen Abfall mit dem Anwachsen der Temperatur, eine Erscheinung die mit der durchschnittlichen Polarisierung der Spins der Leitungselektronen, in ent-

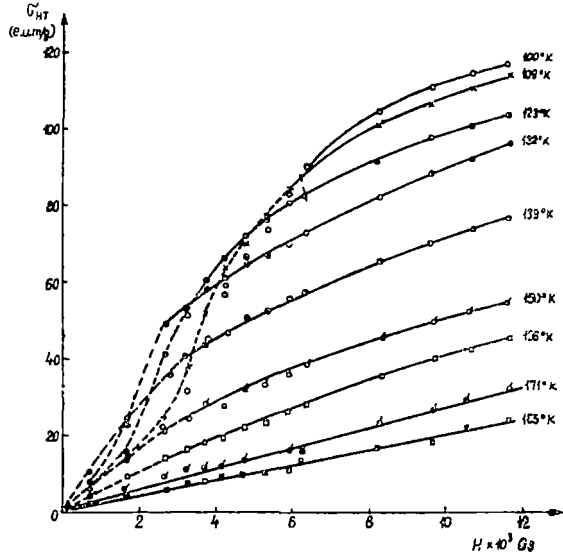


Abb 3

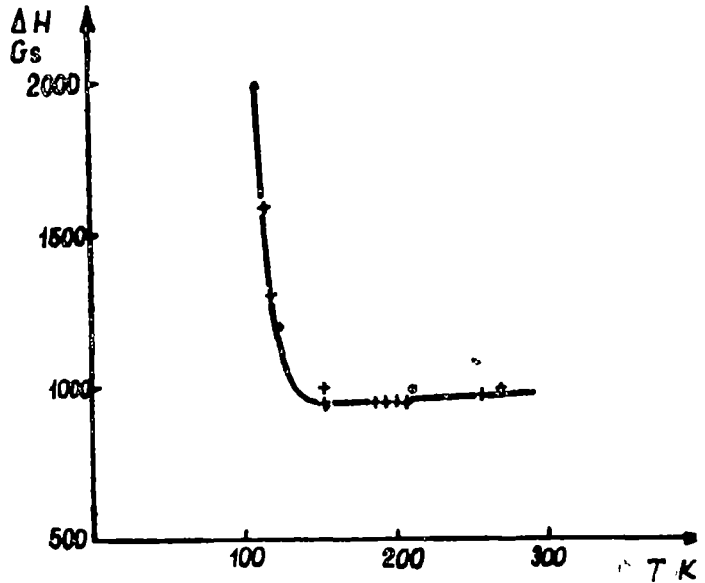


Abb 4

gegengesetzter Richtung zu jenen, die lokalisiert sind (4f) [6], in Beziehung gebracht werden kann.

Die Temperaturabhängigkeit der reziproken magnetischen Suszeptibilität ist laut dem Curie-Weiss'schen Gesetz für den Langevin'schen Paramagnetismus, der durch die lokalisierten magnetischen Momente hervorgerufen wird, im paramagne-

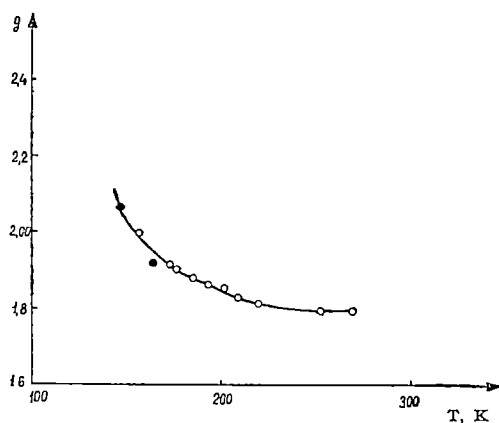


Abb 5

tischen Bereich, bei Temperaturen über 250°K , linear. Die magnetische Suszeptibilität hat unterhalb dieser Temperatur und bis zum Néel-Punkt ein anomales Betragen, indem sie nicht dem Curie-Weiss'schen Gesetz folgt, so wie aus Abbildung 6 ersichtlich ist. Durch Extrapolierung des geraden Teiles, bis zu seiner Kreuzung mit der Achse, auf der die Temperaturen aufgetragen sind, erhält man eine paramagnetische Curie-Temperatur $O_p = 160^\circ\text{K}$, die infolge der Tatsache, dass sie positiv ist, noch einen zusätzlichen Beweis für das metamagnetische Betragen der Verbindung CoGd_3 liefert

Die Abweichung der magnetischen Suszeptibilität, zwischen 250°K und T_N , vom Curie-Weiss'schen Gesetz, kann einer Erscheinung von magnetischer Ordnung für kurze Abstände zugeschrieben werden, eine Erscheinung die von Bècle [7] für die intermetallischen Verbindungen AlR durch Neutronenbeugung gefunden wurde.

Aus der spezifischen Curiekonstante $C = 4,80 \cdot 10^{-2}$ wurde der Wert des effektiven magnetischen Momentes $P = 7,16\mu_B$ berechnet, der dem aus der Gleichung $\left(\frac{3}{4} \cdot 7,98^2 + \frac{1}{4} \cdot 3,2^2\right)^{1/2} = 7,093\mu_B$ sehr nahe ist, eine Tatsache die die normale Beteiligung der Kobaltatome in der Verbindung CoGd_3 , mit einem effektiven Moment von $3,2\mu_B$ für ein Kobaltatom, darstellt.

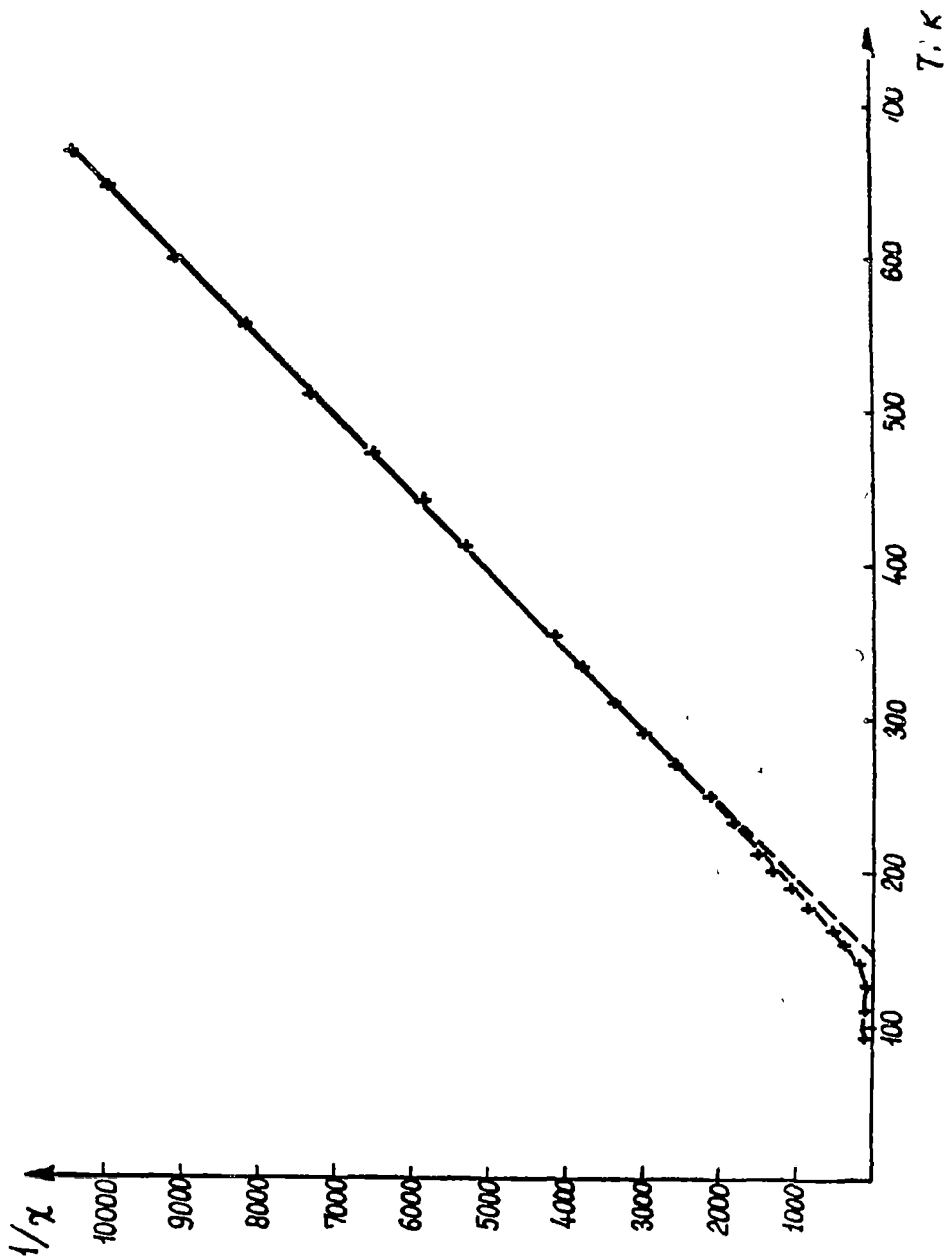


Abb. 6.

L I T E R A T U R

1. V. F. Novy, R. C. Vichery, E. V. Kleber, *Trans AIME*, **221**, 280 (1961)
2. E. M. Savițki, B. F. Terehova, I. B. Burov, I. A. Markova, D. P. Naumkin, *Splavı redkozemelnih metallov*, Izd Akad. Nauk SSSR, Moskva (1962)
3. D. Gignoux, *Thèse de Troisième Cycle*, Université de Grenoble (1968)
4. K. Yosida, H. Miwa, *J. Appl. Phys.*, **32**, 85 (1961)
5. R. Lemaire, D. Paccard and R. Pauthenet, *J. Appl. Phys.*, **39**, 1092 (1962).
6. R. E. Watson, S. Koide, M. Peter and A. J. Freeman, *Phys. Rev.*, **139**, 167 A (1965)
7. C. Bècle, *Thèse d'Etat*, Université de Grenoble (1968)

METAMAGNETISMUL COMPUSULUI INTERMETALIC CoGd_3

(R e z u m a t)

În cadrul lucrării se studiază proprietățile magnetice ale compusului intermetalic CoGd_3 ; acesta prezintă un caracter metamagnetic.

Temperatura Néel T_N variază liniar cu cîmpul magnetic aplicat H , extrapolarea la $H = 0$, permite determinarea $T_N = 145^\circ\text{K}$

În domeniul paramagnetic, inversul susceptibilității magnetice urmează legea lui Curie-Weiss, temperatura Curie fiind $T_c = 160^\circ\text{K}$

Măsurătorile EPR sînt concordante cu contribuțiile unor interacțiuni de schimb negative, rezultînd din amestecul între benzi

МЕТАМАГНЕТИЗМ ИНТЕРМЕТАЛЛИЧЕСКОГО СОЕДИНЕНИЯ CoGd_3

(Р е з ю м е)

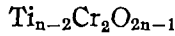
В работе изучаются магнитные свойства интерметаллического соединения CoGd_3 , имеющего метамагнитный характер.

Температура Нееля T_N изменяется линейно с приложенным магнитным полем H . Экстраполяция при $H = 0$ позволяет определить $T_N = 145 \text{ K}$.

В парамагнитной области величина обратной магнитной восприимчивости подчиняется закону Кюри-Бейсса, температура Кюри $T_c = 160 \text{ K}$.

Измерения ЭПР согласуются с вкладом некоторых отрицательных обменных взаимодействий, которые получаются из смеси полос.

ETUDE DES THERMISTORS DANS LA SÉRIE DE COMBINAISONS



par

OLIVIA POP

L'étude du système oxydique semiconducteur $\text{Cr}_2\text{O}_3-\text{TiO}_2$ [1] a mis en évidence certaines propriétés particulières des composants de la série $\text{Ti}_{n-2}\text{Cr}_2\text{O}_{2n-1}$. C'est ainsi qu'à l'opposé des autres composés, les combinaisons $2\text{TiO}_2 \cdot \text{Cr}_2\text{O}_3$, $4\text{TiO}_2 \cdot \text{Cr}_2\text{O}_3$, $5\text{TiO}_2 \cdot \text{Cr}_2\text{O}_3$, $6\text{TiO}_2 \cdot \text{Cr}_2\text{O}_3$, $7\text{TiO}_2 \cdot \text{Cr}_2\text{O}_3$ se caractérisent par une variation linéaire du logarithme de la résistivité en fonction de l'inverse de la température (fig. 1) et manifestent une bonne reproductivité des valeurs de la résistivité dans tout l'intervalle de température étudié (293—1200°K). Dans la figure 2 sont présentés les résultats des mesures concernant le composé $2\text{TiO}_2 \cdot \text{Cr}_2\text{O}_3$ pour plusieurs cycles de chauffage-refroidissement. Par suite du traitement de syntésation, ces matériaux céramiques présentent, de plus, des qualités mécaniques spéciales.

A l'aide des droites semi-logarithmiques on a calculé l'énergie d'activation ΔE , ce qui a permis de déterminer la valeur de la constante du matériel B

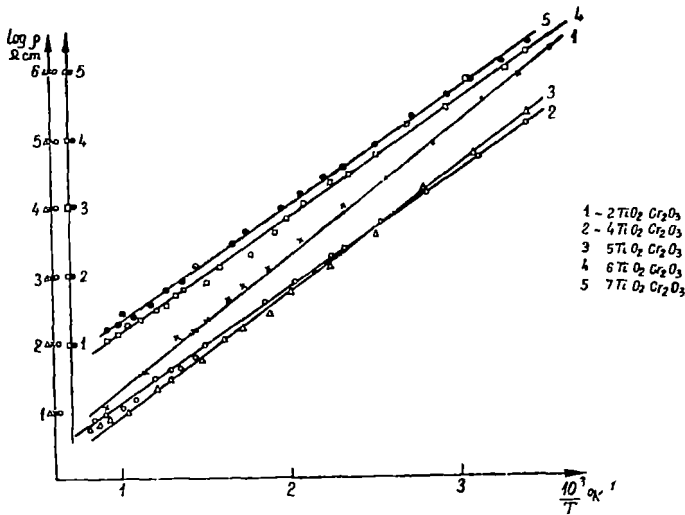


Fig 1.

($B=5800 \Delta E^\circ\text{K}$) [2] La valeur B étant connue, on a pu déterminer la valeur du coefficient de température α_p suivant la relation

$$\alpha_p = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = - \frac{B}{T^2}$$

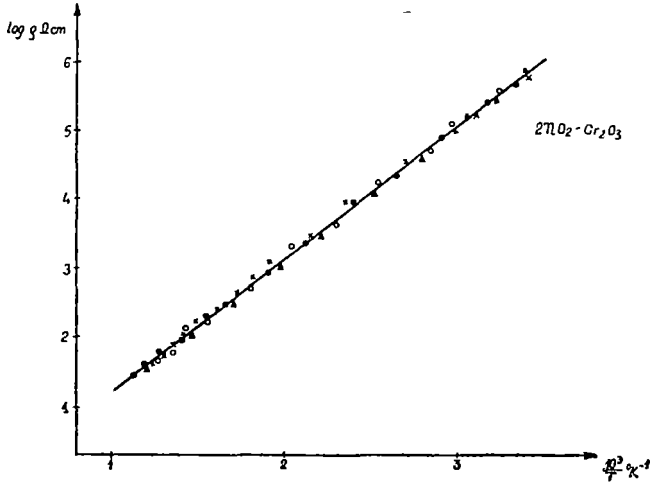


Fig 2

Les valeurs obtenues pour les constantes B et α_p sont comparables, voire même supérieures aux valeurs des matériaux couramment employés pour la fabrication des thermistors. Dans le tableau 1 sont présentées les valeurs de ces constantes pour les composants mentionnés ci-dessus, ainsi que pour deux autres matériaux mentionnés par la littérature [3].

Tableau 1

Matériel	$T^\circ\text{K}$	α_p	$B^\circ\text{K}$
NiOMn_3O_4	298	4,4	4 193
$\text{NiOMn}_3\text{O}_4\text{Co}_2\text{O}_3$	298	3,8	3 374
$2\text{TiO}_2\text{Cr}_2\text{O}_3$	293	5,12	4.393
$4\text{TiO}_2\text{Cr}_2\text{O}_3$	293	4,86	4 176
$5\text{TiO}_2\text{Cr}_2\text{O}_3$	293	4,68	4 025
$6\text{TiO}_2\text{Cr}_2\text{O}_3$	293	4,58	3 972
$7\text{TiO}_2\text{Cr}_2\text{O}_3$	293	4,39	3 770

Pour les combinaisons ci-dessus on a tracé les caractéristiques voltampériques statiques dans l'intervalle de température compris entre 25 et 500°C, présentées dans les figures 3 à 7.

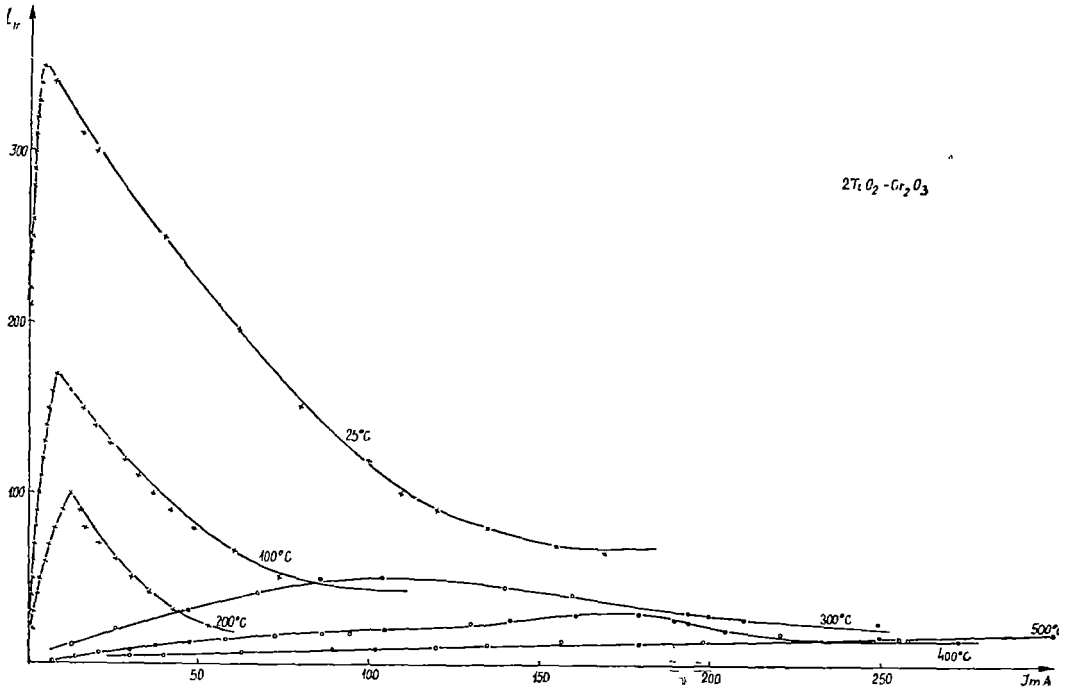


Fig. 3.

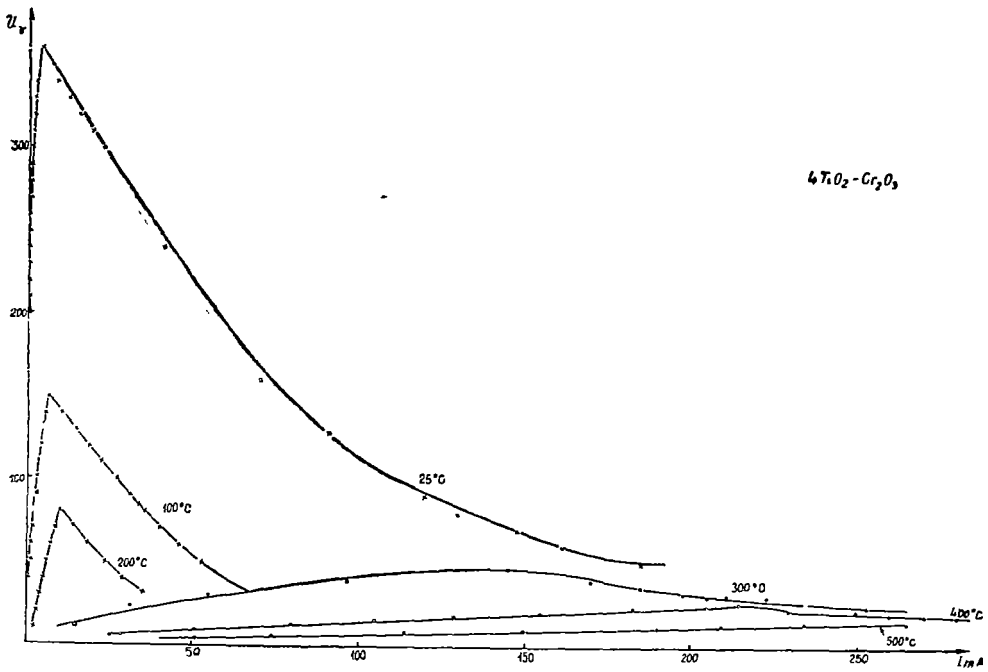


Fig. 4.

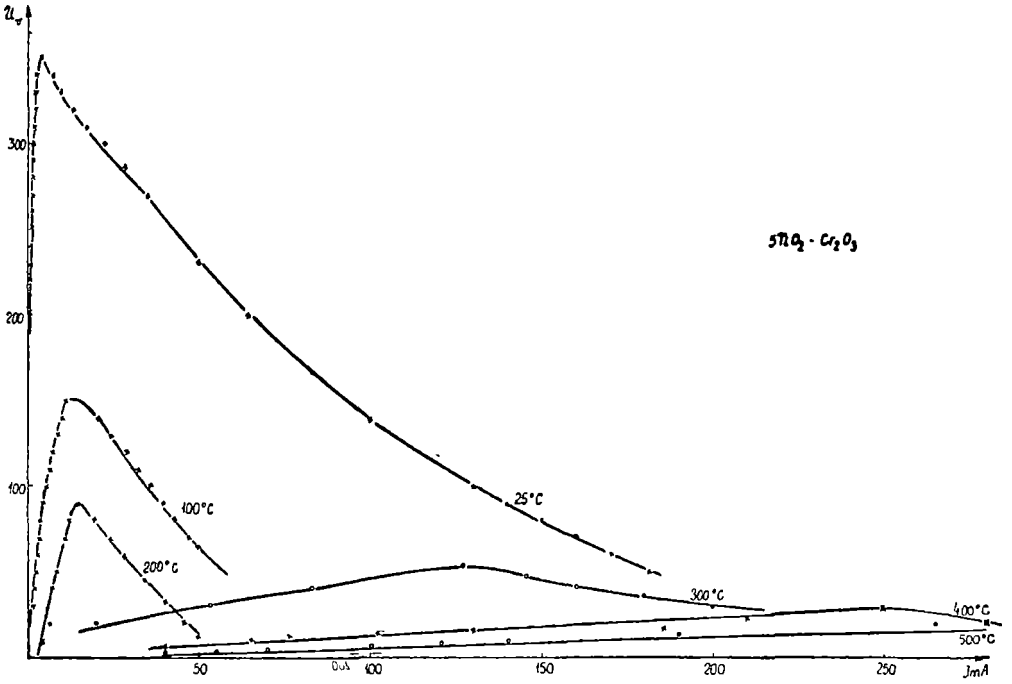


Fig 5

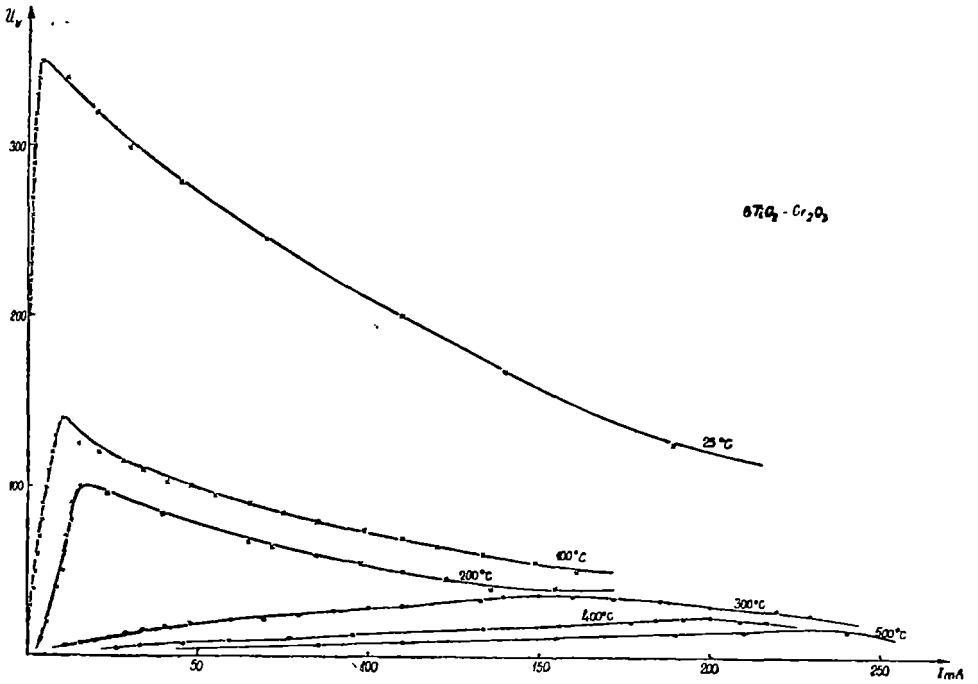


Fig 6

L'examen de ces graphiques démontre que — en cas de courants faibles — le thermistor ne s'échauffe pas, portion sur laquelle la loi Ohm garde sa valabilité. En poursuivant l'augmentation du courant, le pouvoir dissipé s'intensifie parce que la température du thermistor dépasse la température du milieu ambiant, d'où une baisse de la résistance. Pour une certaine valeur du courant I_M la tension atteint

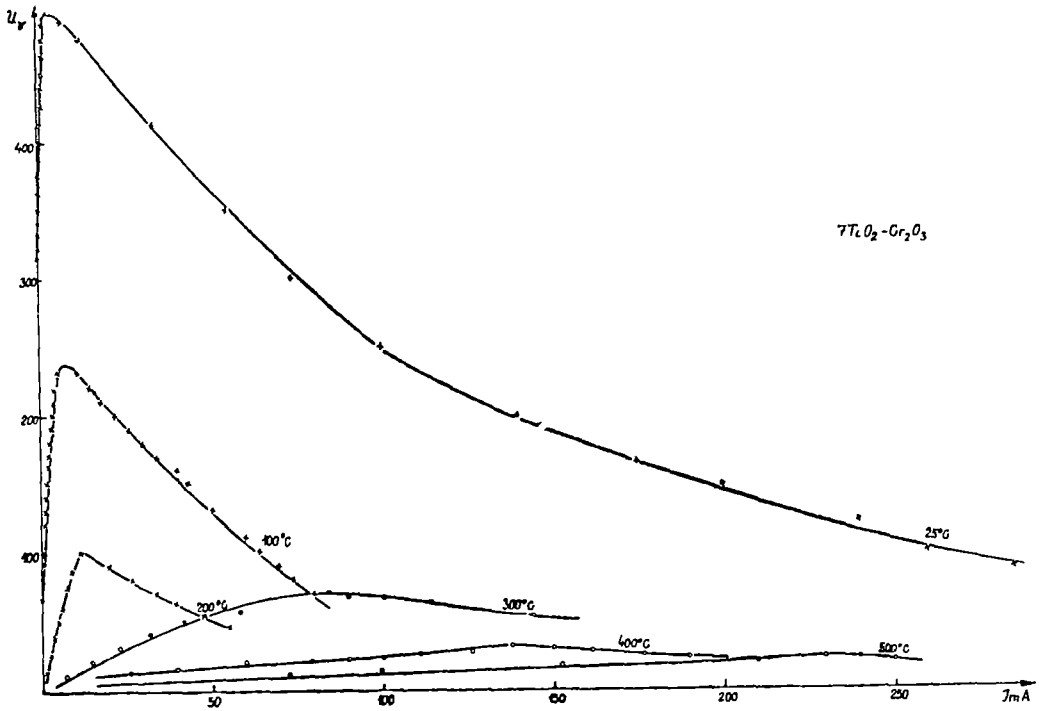


Fig 7

une valeur de pointe U_M . En augmentant encore le courant, la tension commence à baisser, la résistance différentielle du thermistor dU/dI devient négative, portion sur laquelle se manifeste l'effet de relais du thermistor.

Comme il résulte des figures antérieurement présentées, le maximum de la caractéristique voltampérique de tous les composés étudiés diminue et, avec la hausse de la température, se déplace vers les valeurs hautes du courant. Jusqu'à 500°C, c'est-à-dire dans le domaine de nos mesurages, l'effet de non-linéarité thermique de la thermorésistance reste encore présent. La puissance maxima admise de 4,1 W est obtenue pour la température de 500°C. Dans le régime actif de fonctionnement du thermistor, la température de celui-ci T_T dépasse la température environnante T_m , pouvant atteindre des valeurs tellement élevées qu'elles peuvent provoquer la destruction thermique du thermistor. On a calculé la température T_T du thermistor [4], à l'aide de la relation

$$T_T = T_m + M \cdot P_{dissip}$$

où le coefficient angulaire M caractérise la condition d'échange thermique

La valeur du coefficient M a été déterminée en partant de la relation

$$M = \frac{\log R_1 - \log R_2}{P_{2dissip} \cdot \log \frac{R_2}{R_\infty} - P_{1dissip} \cdot \log \frac{R_1}{R_\infty}} T_m$$

où R_1 et R_2 sont les résistances du thermistor correspondant aux puissances dissipées P_1 et P_2 , pour une caractéristique volt-ampérique donnée, et R_∞ représente la valeur de la résistance du thermistor pour $1/T = 0$

On a calculé la valeur de la résistance R_∞ suivant l'expression

$$\ln R_\infty = \frac{T_1 \ln R'_1 - T_2 \ln R'_2}{T_1 - T_2}$$

où R'_1 et R'_2 sont les valeurs de la résistance correspondant aux températures T_1 et T_2 , déterminées en partant de la dépendance $R = f(T)$

Pour le composé $2\text{TiO}_2\text{Cr}_2\text{O}_3$, les valeurs de R_∞ varient entre $7,9 - 1,2 \cdot 10^{-1} \Omega$ ainsi qu'il résulte du tableau 2.

Tableau 2

T_1 °C	T_2 °C	R_1 Ω	R_2 Ω	R_∞ Ω	R_∞ mΩ
25	100	$5,5 \cdot 10^5$	$7 \cdot 10^4$	7,9	
100	200	$7 \cdot 10^4$	$5,8 \cdot 10^3$	0,542	2,19
200	300	$5,8 \cdot 10^3$	$1,1 \cdot 10^3$	0,126	
300	400	$1,1 \cdot 10^3$	$3,3 \cdot 10^2$	0,199	

Les autres paramètres du thermistor groupées dans le tableau 3 ont été calculés comme il suit :

a) pouvoir dissipé, $P_{dissip} = U_k I_k$ pour chacun des points situés sur la caractéristique voltampérique,

b) le coefficient de dissipation $H = \frac{\sum_{k=1}^n U_k I_k}{\sum_{k=1}^n T_T - T_m} mW/^\circ C$

c) la sensibilité énergétique $G = \frac{H}{100 \alpha_p} mW/\%$

d) la constante de temps du thermistor a été déterminée à partir de la durée pendant laquelle la température du thermistor a diminué de e fois, au moyen de la relation :

$$(T - T_m) = (T_0 - T_m) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

On a obtenu ainsi une valeur $\tau = 74,6$ s

Tableau 3

2TiO ₂ Cr ₂ O ₃								
U_V	I_{mA}	$P_{dissip} \cdot W$	R_{Ω}	$M^{\circ}C/W$	$T_m^{\circ}C$	$T_T = T_m + MP_{dissip}$	$H_{mW}/^{\circ}C$	$G_m W/\%$
220	0,9	0,2	$2,500 \cdot 10^6$	7	25	26		
300	1,75	0,525	$1,173 \cdot 10^5$	6	25	28		
330	3,8	0,924	$8,680 \cdot 10^4$	4	25	29		
300	20	6	$1,500 \cdot 10^4$	2	25	37	500	98
250	40	10	$6,250 \cdot 10^3$	2	25	45	500	98
150	82	11,2	$1,830 \cdot 10^3$	4	25	85		
100	112	12,5	$8,900 \cdot 10^2$	11	25	147		
80	2,3	0,18	$3,48 \cdot 10^4$	5	100	101		
110	3,5	0,38	$3,14 \cdot 10^4$	6	100	102		
150	6	0,9	$2,50 \cdot 10^4$	25	100	122		
140	20	2,8	$7,00 \cdot 10^3$	25	100	170	40	6,8
110	38	3,8	$2,60 \cdot 10^3$	28	100	206	29	
70	64	4,5	$1,10 \cdot 10^3$	73	100	415		
40	2,5	0,1	$1,60 \cdot 10^4$	12	200	201		
80	8	0,64	$1,00 \cdot 10^4$	12	200	208		
70	22	1,54	$3,20 \cdot 10^3$	43	200	266	23,4	3,1
50	35	1,75	$1,60 \cdot 10^3$	105	200	383	10,25	
30	59	1,8	$6,50 \cdot 10^2$	107	200	396		
20	36	0,52	$8,90 \cdot 10^2$	10	300	305		
40	68	2,72	$5,80 \cdot 10^2$	12	300	330		
50	104	5,2	$4,80 \cdot 10^2$	6	300	331	39	6,8
30	195	5,8	$2,53 \cdot 10^2$	30	300	474	35	
10	38,5	0,38	$2,36 \cdot 10^2$	11	400	404		
20	105	2,1	$1,90 \cdot 10^2$	14	400	429		
25	180	4,5	$1,38 \cdot 10^2$	26	400	509	41,3	7,6
20	215	4,3	98,00	26	400	516	37	
5	53	0,27	91	13	500	503		
10	120	1,2	93	14	500	517		
14	200	2,8	70	15	500	542	67,5	13
16	255	4,1	63	12	500	549		

Quant au comportement électrique des quatre composés $4TiO_2Cr_2O_3$, $5TiO_2Cr_2O_3$, $6TiO_2Cr_2O_3$, $7TiO_2Cr_2O_3$ les résultats obtenus sont analogues, ainsi que le démontrent les fig. 4 à 7 présentées plus haut.

La caractéristique de vieillissement du thermistor $2TiO_2Cr_2O_3$ régulièrement observée deux années de suite à une température de 25 de et 100 °C, met en évidence une constance satisfaisante de la résistance des composés étudiés. Cette constance est démontrée dans la figure 8.

Le processus de vieillissement du thermistor a été réalisé aussi bien de manière artificielle par un traitement thermique initial de 7 jours, à une température de 1000 °C, que par voie naturelle au cours de la conservation de celui-ci pendant deux années.

Les thermorésistances étudiées ci-dessus présentent un effet de relais jusqu'à une température de 200°C, pouvant être utilisées en tant que thermomètres à résistance jusqu'à une température approximative de 900°C.

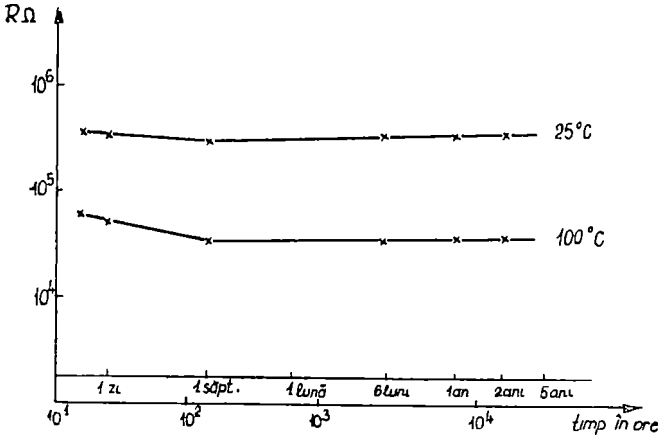


Fig. 8

L'avantage des thermistors réside dans leur stabilité chimique et leur insensibilité à l'égard des impuretés. Ils ne réclament pas de mesures de précaution spéciales dans leur fabrication et utilisation. Ils sont d'une construction robuste du point de vue mécanique et la technologie de leur fabrication est fort simple.

(Manuscrit reçu le 6 octobre 1969)

BIBLIOGRAPHIE

- 1 Olivia Pop, I. Stănescu și Iuliu Pop, Rev. Roum Phys, **14**, nr 2, p 157 (1969)
- 2 A. Beker, C B Green, G L Pearson, Usp Fiz Nauk, **45**, 229 (1951).
- 3 G. I Pearson, Bell Lab Rev, **32**, 285 (1954)
- 4 I. F. Voloșin, A S Kasperovici, *Polupravadnikovye termosopratvleniia* Izd. Akad Nauk. BSSR Minsk (1959).

STUDIUL TERMISTORILOR DIN SERIA DE COMBINAȚII $T_{1n-2}Cr_2O_{2n-1}$

(Rezumat)

În lucrare se prezintă caracteristicile termistorilor din seria $T_{1n-2}Cr_2O_{2n-1}$. Astfel se dau valorile constantelor B și α_p precum și caracteristicile volt-amperice în intervalul 25—500°C. Din caracteristicile volt-amperice s-au calculat parametrii termistorilor: puterea disipată, coeficientul de disipație, sensibilitatea energetică și constanta de timp.

Caracteristica de îmbătrânire a termistorilor urmărită timp de doi ani, indică o bună stabilitatea în timp a acestora.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМИСТОРОВ СЕРИИ СОЕДИНЕНИЙ $T_{1n-2}Cr_2O_{2n-1}$

(Резюме)

В работе изложены характеристики термисторов серии $T_{1n-2}Cr_2O_{2n-1}$. Даются значения постоянных B и α_p , а также вольтамперные характеристики в промежутке 25—500°C. Из вольтамперных характеристик вычислены параметры термисторов: рассеянная мощность, коэффициент рассеяния, энергетическая чувствительность и постоянная времени.

Характеристика старения термисторов, за которой автор следил в течение двух лет, указывает на хорошую устойчивость термисторов во времени.

ON THE KINETIC EQUATION FOR THE TEST-PARTICLE PROPAGATOR

by

P. I. TĂTARU

1. **Introduction.** Let be a single particle of charge q and mass m at given point in phase space $X_0 = (\vec{x}_0, \vec{v}_0)$ at time t_0 . Its position at later time becomes uncertain because of its interaction with the other particles in the plasma. In order to achieve a description, obviously statistical, of this "test" particle, one uses a conditional probability density $\bar{W}(X, t, X_0, t_0)$.

As shown first by (R o s t o k e r, 1961) for stable plasma and subsequently by (R o g i s t e r and O b e r m a n, 1968) for weakly unstable plasmas, \bar{W} satisfies a kinetic-type equation called "test-particle equation"

Recently, (H i n t o n and O b e r m a n, 1968) have investigated the solution of the Register-Oberman's test-particle equation for short times, $\varepsilon(t_0 - t) \ll 1$ on the kinetic time scale. They have been able to derive an asymptotic expansion for the solution of the test-particle equation which retains the essential nonanalytic dependence on ε (See also D u p r e e, 1966, and P r i c e, 1967).

The purpose of this paper is to study systematically the kinetic equation for the test-particle propagator.

In Section 2 we use the test particle formalism to reobtain the kinetic equation for the test-particle propagator. In Section 3, by using a recent result of (M a n h e i m e r and D u p r e e, 1968) we write the test particle equation as a diffusion equation and we set out the conditions of existence and uniqueness of the solution. We obtain the previous results of H i n t o n and O b e r m a n. A brief discussion is given in Section 4.

2 Test-particle formalism and the kinetic-equation for the test-particle propagator. In this Section we shall apply the test-particle theorem to reobtain the kinetic equation for test-particle propagator. The physical interpretation of this theorem is as follows: The motion of a classical or of a quantum-mechanical system of identical particles, interacting via two-body forces, may be computed exactly from the knowledge of the motion of the same system in an arbitrary external field with the interaction turned off.

This formalism was studied most intensively by (D y s o n, 1949; F e y m a n, 1948; 1951; J. S c h w i n g e r, 1951), originally in the field theoretic contexts.

Another version of the above statement is provided by the classical analogue of Schwinger's equation in field theory. Stated in its most easily understood form, the theorem asserts that the knowledge of the response of the one-particle distri-

bution function to an arbitrary external force suffices to determine its motion completely.

After these considerations we turn to the derivation of the test particle equation. Let us consider a spatially homogeneous weak turbulent plasma. One particle is singled out and initially has the arbitrary distribution function $\Omega(X_0)$. The lowest order one-body function for the singled out particle is

$$W_0(X, t) = \int \Omega(X_0) \delta(X - X_0(t)) dX_0 \quad (2.1)$$

where

$$\delta(X - X_0(t)) = \delta(\vec{x} - \vec{x}_0 - \vec{v}_0 t) \delta(\vec{v} - \vec{v}_0) \quad (2.2)$$

Using the classical version of the Schwinger equation (Scallietar, 1966) we obtain the test-particle kinetic-equation. (See Appendix)

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \vec{V} \frac{\partial W}{\partial \vec{x}} = \frac{1}{m} \frac{\partial}{\partial \vec{v}} \left[\left(f + T \frac{\partial}{\partial \vec{v}} \right) W \right] \quad (2.3)$$

for times which are longer than a plasma oscillations period, but still short on the kinetic time scale. Here f is the drag force due to polarization of the plasma by the test particle and T is the fluctuation tensor related to the autocorrelation tensor $R(X, t, t')$

$$R(X, t, t') = \langle \delta E(\vec{x}, t) \delta E(\vec{x}, t') \rangle \quad (2.4)$$

3. Reduction of the Fokker-Planck equation (2.3) to a diffusion equation

This Section is concerned with the reduction of the Fokker-Planck equation of the previous Section to a diffusion equation. We also present the conditions of existence and uniqueness of the solution. After (Manheimer and Dupree, 1968) this reduction can be made if the orbit differs little from the unperturbed orbits, i.e. the transformation from \vec{x}, \vec{v} , to $\vec{x} + \vec{v} \cdot t + \Delta \vec{v}$, $\vec{v} + \Delta \vec{v}$ is a contact transformation (the Jacobian of the transformation is equal to one).

Let us rewrite the Fokker-Planck equation for the test-particle propagator as follows:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial W}{\partial \vec{x}} - \beta \frac{\partial}{\partial \vec{v}} [A(\vec{v}) W] = \frac{1}{2} \epsilon \frac{\partial}{\partial \vec{v}} \left\{ \frac{\partial}{\partial \vec{v}} [D(\vec{v}) W] \right\} \quad (3.1)$$

where the diffusion tensor is related to the symmetric part of T

$$\epsilon D_{ij}(\vec{v}) = \frac{1}{m} (T_{ij} + T_{ji}) \quad (3.2)$$

and the parameter ϵ characterizes the smallness of the fluctuations.

The drag term is

$$\beta A(\vec{v}) = \frac{1}{m} \left[f - \frac{\partial}{\partial \vec{v}} T \right] \quad (3.3)$$

where the parameter β is small

The above mentioned condition for the reduction of the Fokker-Planck equation to the diffusion equation is realized if we choose the perturbed orbits as follows :

$$\vec{x} \simeq \vec{x}_0 + \vec{v}_0 - \beta A(\vec{v}_0) \frac{1}{2} \tau^2 \tag{3.4}$$

$$\vec{v} \simeq \vec{v}_0 - \beta A(\vec{v}_0) \tau$$

where

$$\tau = t - t_0$$

We introduce the new variables :

$$\begin{aligned} \varepsilon^{\frac{1}{2}} \vec{\xi} &= \vec{x}_0 + \vec{v}_0 \tau - \beta A(\vec{v}_0) \frac{1}{2} \tau^2 \\ \varepsilon^{\frac{1}{2}} \vec{\eta} &= \vec{v}_0 - \beta A(\vec{v}_0) \tau \\ \eta_i - \frac{\xi_i}{\tau} &= \zeta_i \end{aligned} \tag{3.5}$$

and a new probability density

$$U(\xi, \eta, \tau) = \varepsilon^3 EW(\vec{x}, \vec{v}, t, \vec{x}_0, v_0, t = \tau) \tag{3.6}$$

With the new variables (ξ_i, η_j) and expanding A and D in Taylor series about $\vec{v} = \vec{v}_0$, the equation (3.1) becomes

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = \frac{1}{2} D_{ij}(\vec{v}_0) \left(\frac{\partial}{\partial \eta_i} - \tau \frac{\partial}{\partial \xi_i} \right) \left(\frac{\partial}{\partial \eta_j} - \tau \frac{\partial}{\partial \xi_j} \right) U + \dots \tag{3.7}$$

or

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = \frac{1}{2} D_{ij}(\vec{v}_0) \frac{\partial^2 U}{\partial \xi_i \partial \xi_j} + \dots \tag{3.7'}$$

which is just a diffusion-type equation.

The above results have been previously obtained by (Hinton and Oberman) under the following ad-hoc assumption : the scaling in equation (3.1) has been chosen so that the diffusion term balance the time derivative, that term is not treated as a perturbation.

Now we focus our attention on the conditions of existence and uniqueness of the solution of the equation (3.7). The following theorem concerning the existence of a solution for E_q (3.7) can be found e.g. in (Friedman, 1964).

THEOREM If the following assumptions are made concerning the coefficients $D_{ij}(v_0)$:

- a) $D_{ij}(v_0)$ is symmetric and positive definite,
- b) $D_{ij}(v_0)$ satisfy an uniform Holder condition,
- c) $D_{ij}(v_0)$ satisfy an uniform ellipticity condition

$$\alpha_2 \sum G_j^2 \leq D_{ij} G_i G_j \leq \alpha_3 \sum G_j^2$$

for some

$$0 < \alpha_1 \leq \alpha_3 < \infty$$

there exists a solution for the equation (3.7) with the boundary conditions

$$U \rightarrow \delta(\varepsilon - \varepsilon_0) \delta(\eta - \eta_0)$$

and it has the following properties

$$(i) \quad U(\xi, \eta, \tau) \geq 0$$

$$(ii) \quad \int U(\xi, \eta, \tau) U(\xi', \eta, \sigma) d\eta = U(\xi, \xi', \tau + \sigma)$$

$$(iii) \quad U(\xi, \eta, \sigma) \text{ is continuous in } \sigma, \xi, \text{ and } \eta$$

(iv) there are positive constants M and α such that

$$U \leq M \left(\tau^{-\frac{\alpha}{2}} \right) \exp \left\{ \frac{\alpha}{2\tau} \|\xi - \eta\|^2 \right\}.$$

Further, U is unique.

Now we return to the condition (b). In the above mentioned paper of Manheimer and Dupree a method of calculating $D(v)$ to any order, for a weak turbulent, homogeneous plasma, is presented

They start from the assumption that the stochastic acceleration is produced by electric fields of the form

$$\vec{E}(\vec{x}, t) = \frac{m}{e} \frac{d\vec{v}}{dt} = \sum_k \sum_p \vec{E}(\vec{k}) \exp [i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t + \varphi_k)] \quad (3.8)$$

where φ_k is the random phase of the k -th wave and $\omega = \omega(k)$. In the following we assume the problem to be one dimensional. To find the diffusion constant, a stochastic acceleration is defined by a Newton-type equation:

$$\frac{dv}{dt} = F(t) \quad (3.9)$$

where $F(t)$ is determined from eq (3.8). The diffusion constant is written as:

$$D = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \langle F(\tau + t) F(t) \rangle d\tau \quad (3.10)$$

where the brackets $\langle \rangle$ denote an ensemble average over realisations of a turbulent plasma, and $F(t) = F[x(t), t]$.

In order to find $F(t)$ the orbit perturbation approximation is used. One writes:

$$\begin{aligned} F(t) = & \sum_{k, p} B_1(k, v, t) \exp [i(kv - \omega(t))] + \\ & + \sum_{k, k', p} B_2(k, k', v, t) \exp \{i(k + k')v - (\omega + \omega')t\} + \dots + \\ & + \sum_{k, k_1, \dots, k_n, p} B_n(k_1, \dots, k_n, v, t) \exp \{[(k_1 + \dots + k_n)v - (\omega_1 + \dots + \omega_n)]t\} + \dots \end{aligned} \quad (3.11)$$

where the term containing B_n will have contributions from F_n, F_{n+1}, \dots . The contribution from F_n to B_n will be denoted

$$A_n(k_1, \dots, k_n, v) E(k_1) \dots E(k_n) \exp [i(\varphi_1 + \dots + \varphi)]$$

Thus, according to equation (3.11) and using the fact that wave phases are random the dominant contribution to D_n is given by

$$D_{2n} = \frac{n!}{2} \sum_{k_1, \dots, k_n, p} |A_n(k_1, \dots, k_n, v)|^2 \cdot |E(k_1)|^2 \dots |E(k_n)|^2 \cdot 2\pi \delta[(k_1 + \dots + k_n) v - (\omega + \dots + \omega_n)] \tag{3.12}$$

With this expression the Holder inequation is obvious.

In every case D_{ij} is also symmetric. Thus, in the weak turbulence approximation, the conditions of the theorem are satisfied.

4 Conclusions. It has been shown that the Fokker-Planck equation for the test-particle propagator can be reduced to a diffusion type equation and the conditions of existence and uniqueness of the solutions have been tested in the orbit perturbation theory.

APPENDIX

Here we present the deduction of the kinetic equation for the test-particle propagator. Let be a spatially homogeneous weak turbulent plasma. One particle is singled out and initially has the arbitrary distribution function $\Omega(X_0)$. The lowest order one-body function for the simplified out particle is

$$f_0(X, t) = \int \Omega(X_0) \delta(X - X_0(t)) \delta X_0 \tag{A.1}$$

We can also introduce the test particle propagator $W(X, t, X_0, t_0)$ with the initial condition:

$$W(X, t; X_0, t_0) \rightarrow \delta(\vec{X} - \vec{X}_0) \delta(\vec{v} - \vec{v}_0) \tag{A.2}$$

The Liouville operator is chosen as

$$L = \sum_{j=1}^N \frac{\vec{v}_j}{m} \vec{D}_{x_j} + \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \vec{F}(\vec{x}_j, \vec{x}_k) (D_{\vec{v}_j} - D_{\vec{v}_k}) + \sum_{j=1}^N \vec{B}(\vec{x}_j, t) \cdot \vec{D}_{\vec{v}_j} + \sum \vec{M}(\vec{x}, \vec{v}_j, t). \tag{A.3}$$

where $D_{\vec{x}_j}$ and $D_{\vec{v}_j}$ denote the differentiation operators with respect to the position \vec{x}_j , and momentum \vec{p}_j , of the j -th particle. $F_j(x, y)$ is the force on the j -th particle. \vec{B} and \vec{M} are the external forces

Using the first equation in the B.B.G.K.Y chain the classical version of the Schwinger equation is:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial W}{\partial \vec{x}} + \frac{1}{m} (\vec{B} - \vec{F}) \frac{\partial W}{\partial \vec{v}} = \frac{1}{m} \int d\vec{x}' d\vec{v}' \left[(\vec{M} + \vec{F}) \frac{\partial}{\partial \vec{v}} \right] \frac{\delta W}{\delta M} \tag{A.4}$$

After some calculations in the r.h.s. of this equation we obtain a Fokker-Planck-type equation for the test particle propagator:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial W}{\partial \vec{x}} = \frac{1}{m} \frac{\rho}{\partial \vec{v}} \left[\left(f + \vec{T} \frac{\partial}{\partial \vec{v}} \right) W \right] \quad (\text{A.5})$$

(Received September 22, 1969)

REFERENCES

- 1 Dupree T H, Phys Fluids, **9**, 1773 (1966)
- 2 Dyson F J, Phys Rev, **75**, 1736 (1949)
- 3 Feynman R P, Rev Mod. Phys **20**, 267 (1948)
- 4 Friedman A, *Partial Differential Equation of Parabolic-Type*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1964
- 5 Manheimer W M and Dupree T H, Phys. Fluids, **11**, 2709 (1968).
- 6 Price J C, Bull Amer Phys Soc, **12**, 754 (1967)
- 7 Rogister A and Oberman C, J Plasma Phys., **2**, 33 (1968)
- 8 Rostoker N, Nucl Fusion, **1**, 101 (1961), see also Rostoker N, and Rosebluth M N, Phys Fluids, **3**, 1 (1960)
- 9 Scalletar R, Ann. Phys (NY), **30**, 238 (1966)
- 10 Schwinger J, Phys Rev, **82**, 914 (1951).

ECUAȚIA CINETICĂ PENTRU PROPAGATORUL PARTICULEI TEST

(Rezumat)

Folosind teorema particulei test se deduce o ecuație cinetică pentru propagatorul particulei test. Această ecuație Fokker-Planck este redusă la o ecuație de tipul celei de difuzie și sînt studiate condițiile de existență și unicitate a soluției.

КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ РАСПРОСТРАНТЕЛЯ ПРОБНОЙ ЧАСТИЦЫ

(Резюме)

Используя теорему пробной частицы, автор выводит кинетическое уравнение для распространителя пробной частицы. Это уравнение Фоккер-Планка сводится к типу диффузионного уравнения и изучаются условия существования и единичности решения.

CIRCUITE DE MODULAȚIE CU VARISTORI DE OXID DE ZINC

de
FRANCISC PUSKÁS

Varistorul de oxid de zinc este un dispozitiv semiconductor a cărui rezistență variază foarte mult în funcție de tensiunea ce se aplică la bornele ei. Cum rezultă din cercetările anterioare [1-4] valoarea acestei rezistențe semiconductoră neliniare poate fi caracterizată prin relația .

$$R = R_0 \exp - (b\sqrt{U}) \quad (1)$$

În această relație R_0 este rezistența inițială a varistorului, U tensiunea aplicată la bornele varistorului, iar b constanta de nelinearitate. În cazul varistorului de oxid de zinc valoarea lui b se află între 0,8 și 1. Relația (1) ne arată că la varistorul de oxid de zinc rezistența variază foarte pronunțat în funcție de tensiune, acest fapt ne indică posibilitatea unor aplicații practice mai interesante. În lucrarea de față s-a studiat metode practice de realizare a modulației cu ajutorul varistorilor de oxid de zinc.

În fig. 1 este reprezentată schema de principiu a unui circuit modulator cu rezistență neliniară.

Tensiunea oscilației purtătoare să fie: $e_2 = E_2 \sin \omega t$, iar a celei de modulație $E_1 = e_1 \sin \Omega t$. Presupunem că în cazul varistorului de oxid de zinc caracteristica voltamperică — dacă tensiunea modulată nu e prea mare — poate fi exprimată prin relația :

$$i = I_0 + \alpha U + \beta U^2 \quad (2)$$

În acest caz curentul care apare pe rezistența de sarcină R_s poate fi scris sub forma :

$$\begin{aligned} i = I_0 + \frac{\beta E_1^2}{2} + \frac{\beta E_2^2}{2} + \alpha E_1 \sin \Omega t + \\ + \alpha E_2 \sin \omega t - \frac{\beta E_1^2}{2} \cos 2 \Omega t - \frac{\beta E_2^2}{2} \cos 2 \omega t + \\ + (\beta E_1 E_2 \cos (\omega - \Omega) t + \beta E_1 E_2 \cos (\omega + \Omega) t \end{aligned} \quad (3)$$

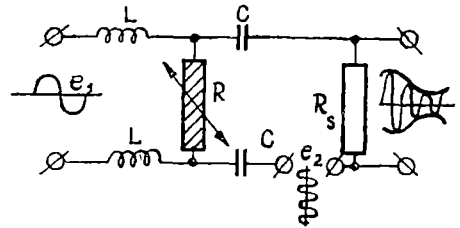


Fig 1

Din ecuația (3) rezultă că pe lângă frecvențele $\omega - \Omega$ și $\omega + \Omega$ apar și armonicele superioare (2ω și 2Ω). Practic s-au studiat modulatorul în contrafază (fig 2) și modulatorul în inel (fig 3)

În cazul modulatorului în contrafază efectuând calculele [5] se obține la bornele de ieșire o tensiune de următoarea formă:

$$e = A \sin \Omega t + B[\cos(\omega - \Omega)t + \cos(\omega + \Omega)t] \quad (4)$$

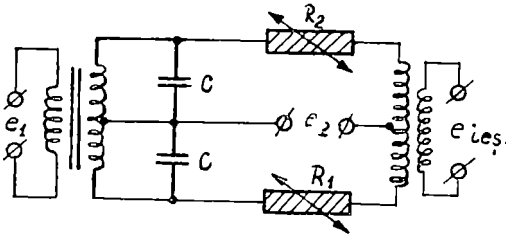


Fig 2

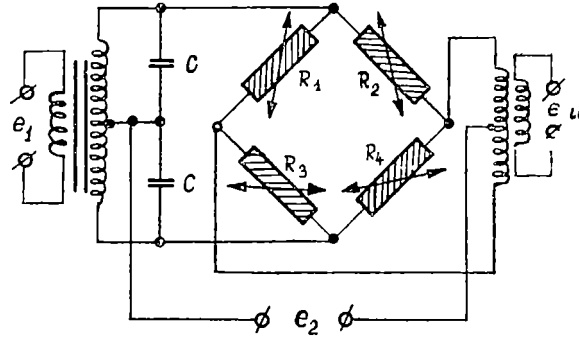


Fig 3

Astfel tensiunea de ieșire a modulatorului va conține numai componenta cu frecvența de modulație și componentele de frecvență laterală.

Calculând tensiunea de ieșire a modulatorului în inel, pentru cazul când montajul din fig. 3 este bine echilibrat, obținem la bornele de ieșire o tensiune de forma

$$e = C[\cos(\omega - \Omega)t + \cos(\omega + \Omega)t] \quad (5)$$

de unde rezultă că tensiunea de ieșire a modulatorului în inel conține numai componentele de frecvență laterală

Oscilograma din fig 4 reprezintă oscilațiile modulate obținute cu modulatorul în contrafază, iar oscilograma din fig 5 s-a obținut în cazul modulatorului în inel. S-a putut obține un grad de modulație pînă la 40% în cazul modulatorului în contrafază, iar pînă la 80% la modulatorul în inel, cînd puterea de ieșire a oscilației modulate era în jur de 1 watt. Dacă mărim gradul de modulație peste aceste valori pentru varistori de oxid de zinc nu mai este valabilă caracteristica voltamperică dată de relația (2) și astfel spectrul tensiunii modulate devine mult mai complicat decît acela care rezultă din relațiile (4) și (5). Cei patru varistori din montajul modulatorului inelar nu sînt identici, din această cauză nu s-a putut echilibra bine acest circuit, cum rezultă din oscilograma acestui modulator (fig 5), oscilațiile modulate apar asimetrice

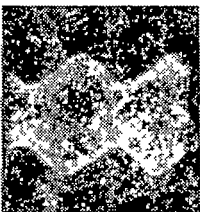


Fig 4



Fig 5

(Intrat în redacție la 2 octombrie 1969)

BIBLIOGRAFIE

- 1 R Goffaux, Rev G Electr, **73**, 281 (1964)
- 2 H. S. Valeev, N. D Moskovits, JTF, **27**, 1949 (1957).
- 3 F. Puskas, Studia Univ Babeş-Bolyai, S. Math-Phys, 131 (1969)
4. W. W Passynkow, G. A. Sawrljew, L. K. Pschirkin, *Nichtlineare Halbleiter Widerstende* (trad. l. rusă), Akad Verlag, Leipzig (1965).
5. G. Thalmann, *Electronique et radioelectricité*, Ed Spes Lausanne, Dunod, Paris (1964).
- 6 F. Puskas, Teză de doctorat, Univ Babeş-Bolyai (1968)

МОДУЛЯЦИОННЫЕ ЦЕПИ С ВАРИСТОРАМИ ОКИСИ ЦИНКА

(Резюме)

В предыдущих работах [1, 6] изучался варисторный эффект окиси цинка. В настоящей работе изучаются два модуляционных монтажа (двухтактный модулятор и кольцеобразный модулятор), в которых нелинейным элементом является варистор окиси цинка. Осциллограммы модулированных колебаний показывают, что до определенной степени модуляции вольт-амперную характеристику этих варисторов можно описать функцией второй степени. В этом случае спектр модулированных колебаний простой, не появляются высшие гармоники от определенной степени модуляции (40% и 80%), характеристика варисторов может быть описана экспоненциальной функцией. Этот факт приводит к более сложному спектру, в котором появляются и высшие гармоники.

MODULATION CIRCUITS WITH ZINC OXIDE VARISTORS

(Summary)

The varistoric effect of zinc oxide was studied in the previous papers. In the present paper two modulation circuits are studied (push-pull and ring modulators) in which the nonlinear element is the zinc oxide varistor. From the oscillograms of the modulated oscillations it is to be noticed that, to a certain modulation degree, at these varistors, the volt-ampere characteristic can be described with a quadratic function. In this case, the spectrum of the modulated oscillations is simple, without higher harmonics. From a certain modulation degree (40% and 80%) the varistor characteristic can be described by an exponential function, this fact leading us to a more complicated spectrum in which there also appear higher harmonics.

PROTON MAGNETIC RESONANCE STUDY ON PARTLY DEUTERATED WATER SOLUTIONS OF Al(III) AT LOW TEMPERATURES

by

A. FARKAS and F. KOCH

A variety of NMR methods have been applied to study the behaviour of electrolytes in water and in aqueous solvent mixtures.

The most direct method developed by A. Fratelli and coworkers [1, 2] for the determination of cation coordination number and exchange kinetic studies utilizes PMR signals at low temperatures.

An electrolyte solution gives only one average proton resonance signal at room temperature, at $\sim -40^\circ\text{C}$ the proton exchange between the specimens of water is slowed to such an extent, that separate proton resonance signals are observed for bulk and complexed water molecules. The phenomenon is illustrated in fig. 1, by the spectrum of an 2.066 M AlCl_3 in water. The signals are widely separated and they are reasonably sharp. As a result, accurate coordination numbers can be measured quite rapidly by integration of peak areas. The spectrum demonstrates, that Al ion in aqueous solution exerts a marked effect on the properties of surrounding

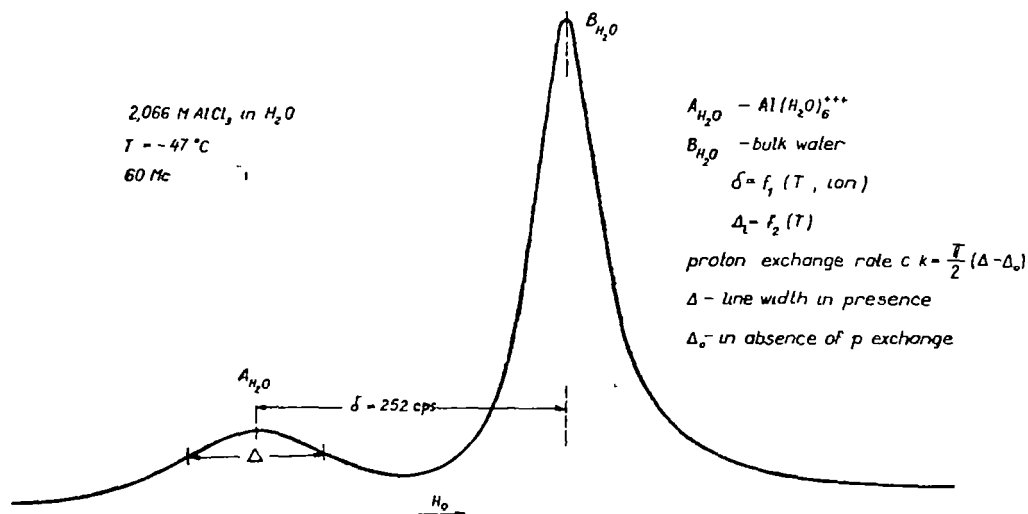


Fig 1

water molecules, the six water molecules nearest the Al ion form a tight complex. The rate constant of slow proton exchange reaction is found from $k = \frac{\pi}{2} (\Delta - \Delta_0)$, where Δ_0 is the complexed water line width in absence, and Δ in presence of exchange Δ_0 is determined by sample cooling till the width does not decrease any more.

The purpose of our paper is to show the presence of deuterium in water solution modifies the PMR spectrum and the cation coordination number

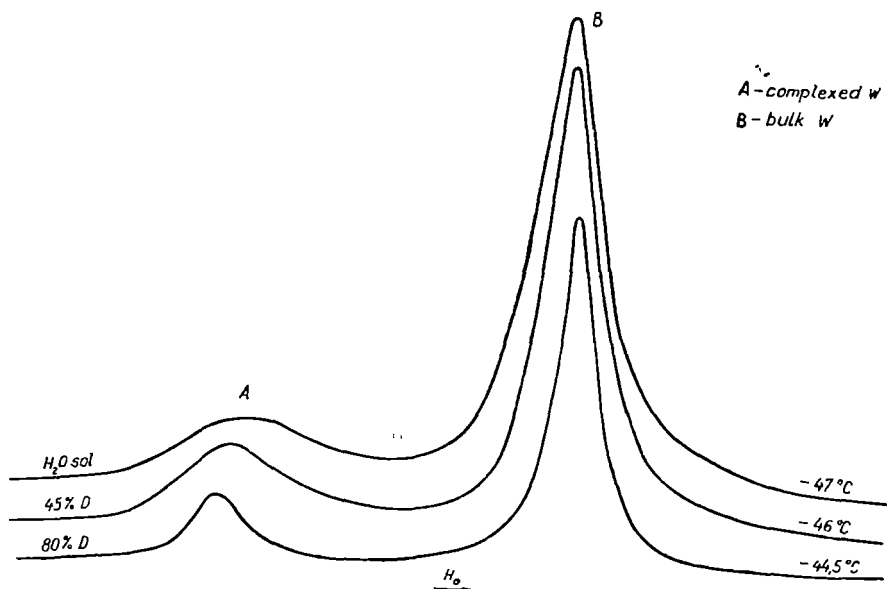


Fig 2

The proton resonance spectra for 1/27 mole water solutions in light water and 44.95%, 80.0% deuterium concentrations were obtained with a 60 NMR spectrometer equipped with a variable temperature device. In presence of deuterium the proton signals are sharper and the separation better (fig. 2) showing that the proton relaxation and exchange processes are slowed. The chemical shifts between the two water specimens increase significantly with deuterium concentration.

The coordination number of Al is found to be six by Fratello. The ratio of peak areas in deuterated samples gives values systematically about six, that is 6.1 — 6.4 (table I), those exceed the errors of measurements. If we assume that only six water molecules can be near the Al cation at low temperatures, so that the dominant complex is the hexahydrate of Al, the coordination number differences represent an isotope disproportion in the two water specimens. After establishment of isotope equilibrium the distribution of protons among the two sites is not quite statistical. The proton enrichment in complexed water is characterized by a separation factor α , defined as the ratio of relative proton concentrations of the two water specimens. α can be evaluated from coordination number differences, it is found to be 1.03 — 1.06 \pm 0.02. The errors of measurements do not permit the study of α in function of deuterium concentration and temperature.

Table I

Salt conc (moles/l)	Deuterium %	Temp °C	Cation coord no	α isotope sep factor	$\alpha = \frac{\left(\frac{p}{d}\right)_A}{\left(\frac{P}{D}\right)_B}$
2 066	—	—47	6 0±0 1		
2 066	44 92	—46	6 2±0 1	1 04±0 02	
1 999	80 0	—44 5	6 4±0 1	1 06±0 02	

α — from crystallization of salt hydrates $\text{BeSO}_4 > \text{CuCl}_2 > \text{KAl}(\text{SO}_4)_2 \cong \text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$ 1 03—1 04 3—30% [3]

α — from PMR spectrum of 2M AlCl_3 —0 02 M HCl at -38.3°C 0 93+0 09 [7]

The isotope fractionation can be expected in our cooled solutions approaching the crystalline structure. Generally in all cases, as it is shown experimentally [3] the crystallization causes the enrichment of deuterium in bulk water, the separation factor values depend on the nature of cation but are independent from deuterium concentration and anion.

The chemical shift difference δ between the complexed protons and those in bulk water increases linearly with deuterium concentration, at 80 0% D the difference is 26 cps (fig. 3). That appears to be enormous on scale of isotope chemical shifts.

Isotope chemical shifts have been known to exist in the high resolution NMR of isotopically substituted molecules for some time. With few exceptions, the effect of substituting a heavy isotope for a light one is to increase the magnetic shielding of a nearby nucleus. A fraction of isotope shift must have its origin in a change of the average dynamic state of the molecule upon isotopic substitution. One approach is to consider it as being due to an intramolecular electrostatic effect [4]. It is possible that the ionic complex is shifted in opposed direction in presence of deuterium [5]. In all cases the isotope chemical shifts are strongly solvent dependent. The unusual shift differences are very likely due to electrostatic intermolecular effects arising from H bonding differences of H and D. They must result from domination of intermolecular solvent-solute isotope effects over those of the modified dynamic state of isolated molecule.

In general the water signals are quite broad in pure aqueous solutions. For example the linewidths of complexed and bulk water signals for 2 M AlCl_3 solutions at 80% D are approximately 55 and 33 cps. This is due to factors as high solution viscosity, the presence of some proton exchange and in the case of the complexed water signal, ion pairing or possible spin-spin or quadrupol interaction with the cation. As reported in [2] the influence of these factors was significantly minimized by the addition of acetone to the solution. Since acetone decreases solution struc-

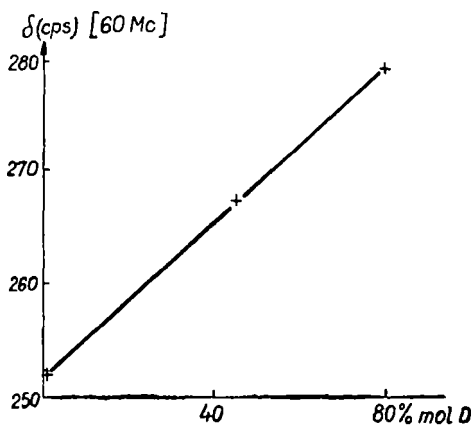


Fig 3.

ture by breaking hydrogen bonds, the bulk water proton signal was displaced to a higher field, producing a larger separation of the two signals. The linewidths are about 21 and 16 cps respectively for the signals corresponding to complexed and bulk water molecules in a 1:2 M $\text{Al}(\text{NO}_3)_3$ 1:1 water to acetone mixture (fig. 4). Acetone does not compete with water in solvation, no signal of complexed acetone could be observed.

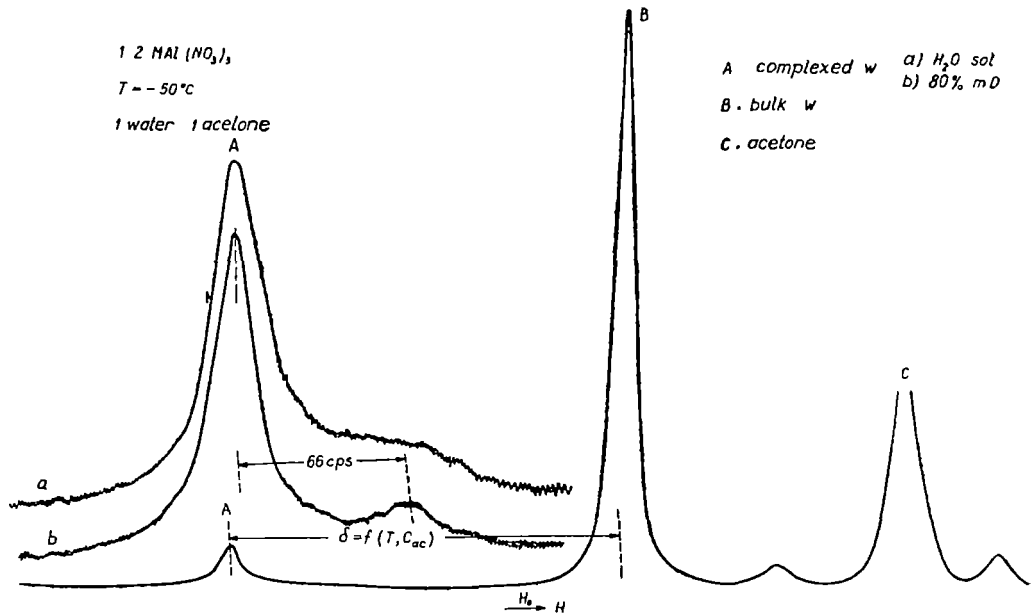


Fig. 4

The diamagnetic ions studied by Fratiello, as Al, Ga, In and Mg, produce only one complexed water signal, exception is the BeCl_2 for which an unsymmetrical pattern is observed. In our spectra for pure aqueous Al solutions is observed, that the complexed water signal, where the broadness is significant, is slightly unsymmetrical, which is more observable in the acetone mixture (fig. 4 a). By using better amplification and resolution conditions and the effect of deuterium on the PMR spectra discussed in first part, that is reduction of linewidths, we obtained a resolved peak upfield shifted at 66 cps (fig. 4 b).

An explanation of this pattern might involve the anisotropy in the spacial distribution of the proton pairs which is possible when there is a small coordination number and one pair in complex most strongly interact only with a few of its neighbours, as known in NMR fine-structure spectra of crystallohydrates [6]. The presence of deuterium likely increases the degree of anisotropy.

As seen from table II. the better separation of the two water specimens is produced by the displacement of bulk water signal to the higher field. The acetone-complex separation $\delta(A - C)$ is practically independent of temperature variation, that is all H bonds of complex with the solvent are broken. The increase of deuterium concentration does not modify significantly this value within the limits of errors. The temperature dependence on bulk water signal $\delta(A - B)$ arising from

Table II

Salt conc (moles/l)	Solvent mole ratios	Deuterium %	Temp °C	$\delta(A-B)$ cps	$\delta(B-C)$ cps	$\delta(A-C)$ cps
0 635	1 water 1 acetone		-40	315	186	501
			-50	303	204	507
0 635	1 1	29 8	-40	318	186	504
			-50	306	204	510
1 2	1 1	80 5	-40	312	186	498
1 51	2 3 1	75 3	-48 5	296	201	497

the H bonding structure variation does not show an isotope chemical shift. Our conclusion is that, in cooled Al aqueous solutions the enormous isotope chemical shifts are due to intermolecular, that is the solute-solvent effects.

(Received October 6, 1969)

REFERENCES

- 1 R E Schuster, A Fratiello, J. Chem. Phys, **47**, 1554 (1967)
- 2 A Fratiello, R E. Lee, M Nishida, R E Schuster, id, **48**, 3705 (1968)
3. R M Barrer, A F Denny, J Chem Soc, 4677 (1964)
- 4 J R Holmes, D Kivelson, W Drinkard, J Chem Phys, **37**, 151 (1962)
- 5 R A Bernheim, H Batiz-Hernandez, id, **45**, 2261 (1966)
- 6 D Holcomb, B Pedersen, id, **38**, 54 (1963)
- 7 Dodd-Wing Fong, E Grunwald, J Am Chem Soc, **91**, 2413 (1969)

STUDIUL SOLUȚIILOR DE APĂ PARȚIAL DEUTERATĂ LA Al(III) LA TEMPERATURI JOASE

(Rezumat)

Separarea semnalelor de rezonanță magnetică protonică a apei pure de cea solvată în soluții de $AlCl_3$ este mai bună dacă apa este parțial deuterată. Se arată că primul strat de solvatare al cationului este mai bogat în protoni decât la apa pură.

Prezența deuterului și a acetonei în soluții apoase de $Al(NO_3)_3$ este folosită pentru a se pune în evidență o linie asimetrică la semnalul apei solvatare. S-a găsit că deplasarea chimică mare între semnalele de apă își are originea în efectele intermoleculare.

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСТВОРОВ ЧАСТИЧНО ДЕУТЕРИРОВАННОЙ ВОДЫ У Al(III) ПРИ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

(Резюме)

Разделение сигналов протонного магнитного резонанса свободной воды от сольватированной в растворах $AlCl_3$ лучше, если вода частично деутерирована. Показывается, что гидратная оболочка катиона богаче протонами, чем свободная вода.

Присутствие дейтерия и ацетона в водных растворах $Al(NO_3)_3$ использовано для выявления асимметрической линии у сигнала сольватированной воды. Авторы установили, что большое химическое смещение между водными сигналами происходит из межмолекулярных эффектов.

DESPRE VITEZA DE PROPAGARE A ULTRASUNETELOR ÎN SOLUȚIILE APOASE ALE UNOR HALOGENURI (II).

Clorurile metalelor alcaline

de

D. AUSLÄNDER și LIA ONIȚIU

În continuarea cercetării întreprinse cu privire la un studiu sistematic al dependenței vitezei ultrasunetelor de temperatură, concentrație și de alte mărimi, în lucrarea de față se prezintă rezultatele obținute în cazul soluțiilor apoase ale clorurilor de litiu, sodiu și potasiu

Procedeeul experimental. Determinările s-au efectuat prin metoda de difracție [1] utilizând drept o sursă de lumină o lampă de sodiu tip BGM-NAE 24, cu ajutorul unui generator de ultrasunete de 2 MHz, prevăzut cu stabilizator de frecvență și frecvențmetru tranzistorizat.

Caracteristicile instalației sînt următoarele :

$$\nu = 2 \text{ MHz} \pm 2 \text{ kHz}$$

$$\lambda = 5893 \text{ \AA}$$

$$F = 145, 5 \text{ cm}$$

Măsurarea distanțelor dintre liniile figurii de difracție s-a făcut cu un micrometru ocular cu precizia $2 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$

A fost explorat domeniul de temperaturi cuprins între 15°C și 50°C , din 5 în 5 grade, iar cel al concentrațiilor, de la $\frac{1}{5}$ molar, pînă în apropierea concentrației de saturație. Astfel, pentru LiCl s-au studiat 9 concentrații, la NaCl 6 concentrații iar la KCl 5 concentrații, inclusiv, în fiecare caz, domeniul corespunzător de temperaturi al apei distilate

Fiecare valoare a vitezei a rezultat din media unui număr de 25–60 determinări.

Rezultate experimentale. Dependența vitezei de temperatură este redată în fig. 1, 2 și 3 pentru soluțiile apoase ale clorurilor de litiu, sodiu și potasiu

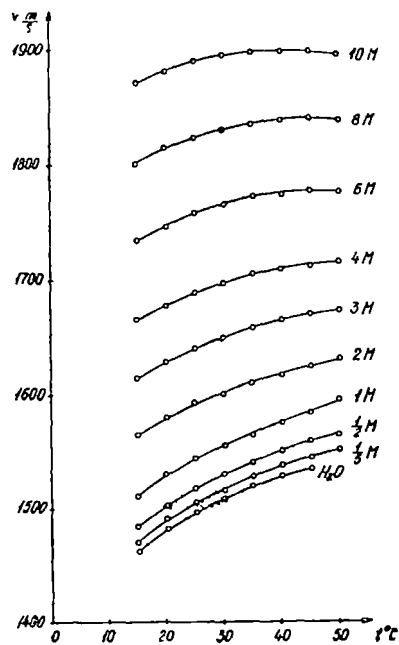


Fig 1 Variația vitezei cu temperatura la diferite concentrații ale soluțiilor de LiCl.

Prima curbă, cea mai apropiată de axa temperaturilor corespunde în toate cazurile apei distilate, celelalte, concentrațiilor diferite în ordine crescândă, pe măsura îndepărtării curbelor de abscisă.

Variația vitezei cu temperatura are loc de-a lungul unor parabole, în toate cazurile studiate; se constată deplasarea valorii maxime a vitezei corespunzând la apa distilată temperaturii de 74°C , spre valori mai mici ale temperaturii, o dată cu creșterea concentrației electrolitului. Se observă de asemenea tendința de micșorare a

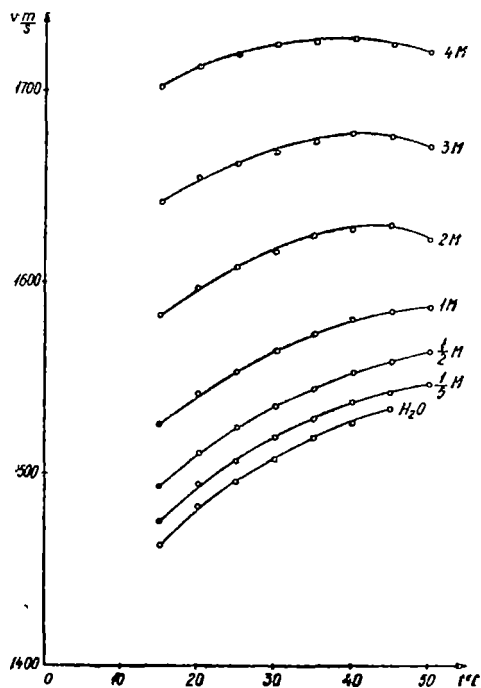


Fig 2 Variația vitezei cu temperatura la diferite concentrații ale soluțiilor de NaCl

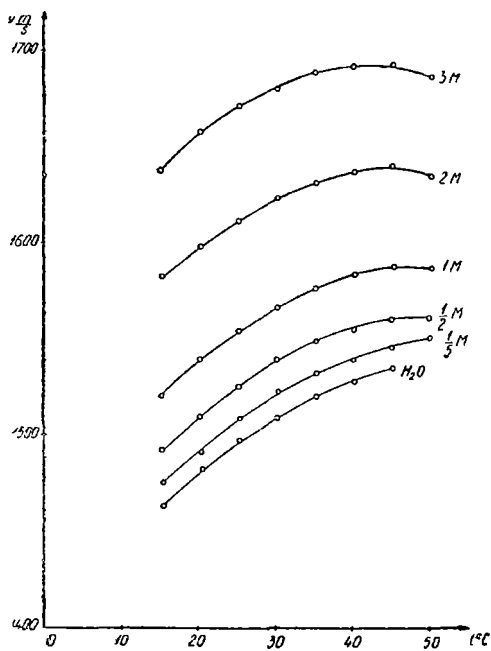


Fig 3 Variația vitezei cu temperatura la diferite concentrații ale soluțiilor de KCl.

gradientului vitezei cu temperatura pe măsura creșterii concentrației, în mod mai pronunțat la clorurile de litiu și sodiu și mai puțin accentuat la clorura de potasiu.

Creșterea concentrației are drept urmare o variație aproximativ lineară a vitezei, exceptând soluția de LiCl, la care în domeniul cuprins între 4 mol și 5 mol se produce o modificare a pantei dreptelor, reprezentate în fig 4. Se vede că micșorarea pantelor din intervalul de concentrații menționat se deplasează cu creșterea temperaturii în sensul concentrațiilor mai mari [9].

Variația vitezei cu concentrația soluțiilor de NaCl și KCl, după cum se constată din fig 5 și 6, are loc de-a lungul unor drepte dispuse de asemenea în ordinea creșterii temperaturii.

Dreptele corespunzătoare diferitelor temperaturi prezintă o convergență în sensul creșterii concentrației, bine evidențiată în cazul soluțiilor de LiCl și NaCl și mai puțin accentuată de KCl.

Comparând la temperaturi constante dependențele vitezei de concentrație la cele trei soluții, se observă creșterea gradientului. $\frac{\Delta v}{\Delta c}$ în sensul măririi greutatei moleculare a substanței, după cum se vede din fig. 7, corespunzând temperaturii de 30°C.

Astfel pentru LiCl s-a găsit valoarea: 49 m/s·mol pentru NaCl: 53 m/s. mol. și pentru KCl. 58 m/s.mol

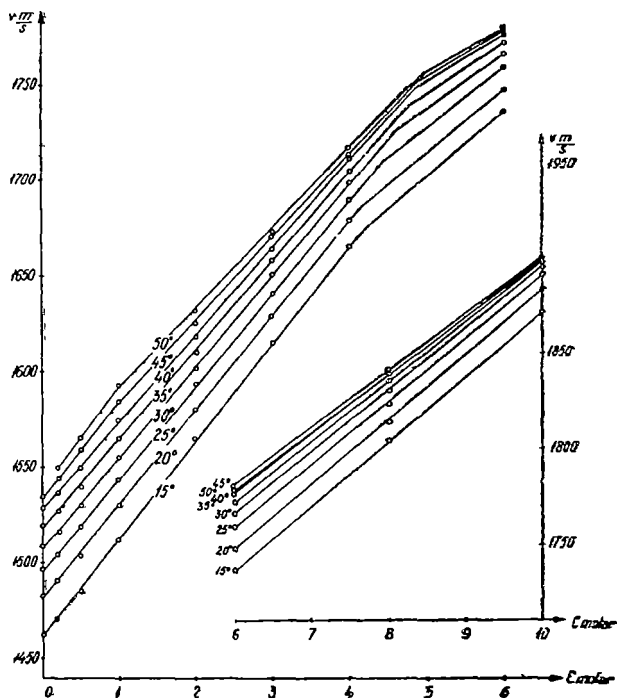


Fig. 4 Variația vitezei cu concentrația soluțiilor de LiCl la diferite temperaturi

Interpretarea rezultatelor. Anomalia cunoscută a apei privind variația vitezei cu temperatura după o parabolă cu vârful situat la 74°C a constituit obiectul numeroaselor cercetări în vederea unei interpretări corespunzătoare [2].

Agitația termică acționează în două sensuri opuse, prin ruperea punților de hidrogen, respectiv prin dilatare. Rezultanta acestor două efecte, în măsura predominării unuia sau celuilalt, explică variația anormală a vitezei de propagare a ultrasunetelor cu temperatura.

Rezultatele privind dependența vitezei ultrasunetului în apă cu temperatura au condus la stabilirea formulei empirice a lui Willard:

$$v_t = v_{max} - 0,0245 (t_{max} - t)^2$$

În cazul soluțiilor apoase ale clorurilor de litiu, sodiu și potasiu, formula de mai sus nu se mai verifică [4].

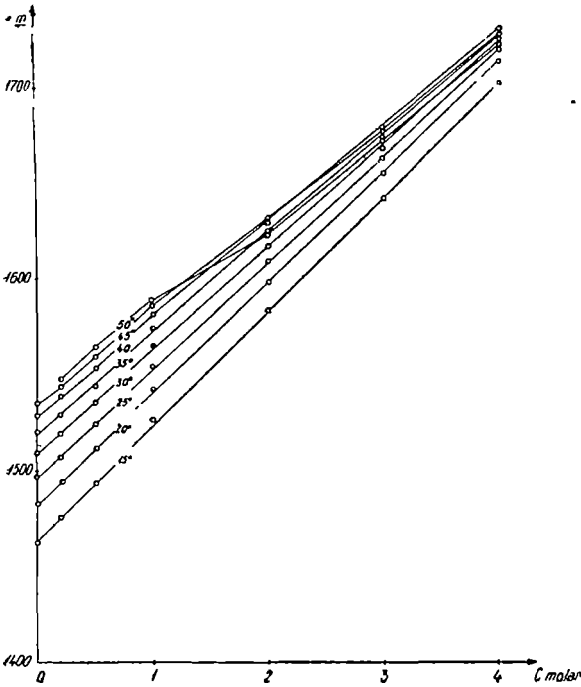


Fig 5 Variația vitezei cu concentrația soluțiilor de NaCl la diferite temperaturi

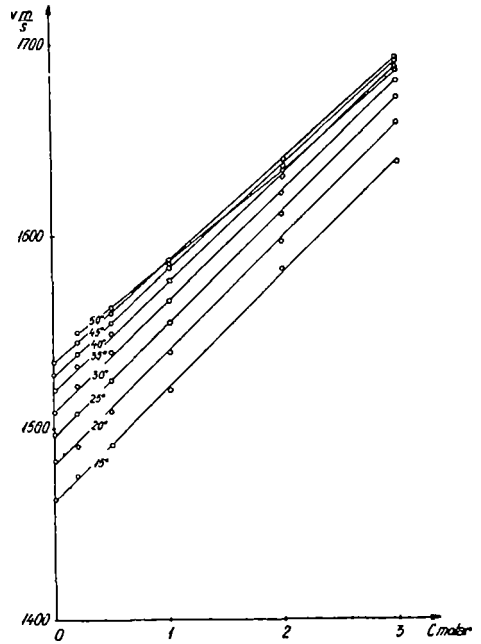


Fig 6 Variația vitezei cu concentrația soluțiilor de KCl la diferite temperaturi

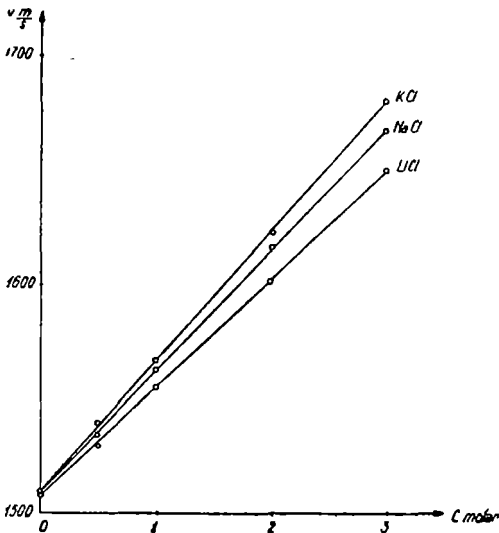


Fig 7 Variația vitezei cu concentrația la cei trei electroliți pentru 30°C

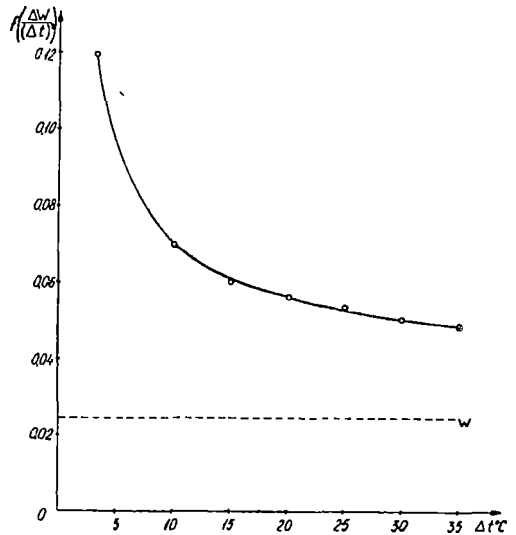


Fig 8 Variația abaterii de la formula lui Willard, pentru NaCl

Într-adevăr, după cum s-a văzut, vitezele maxime crescînd cu concentrațiile, suferă totodată deplasări înspre valori mai mici ale temperaturilor

Solvirea sărurilor în apă acționează asupra vitezei atît prin creșterea densității, cît și prin distrugerea legăturilor de hidrogen, în sensul măririi ei. Astfel, maximele vitezei se situează la temperaturi cu atît mai mici cu cît concentrația este mai mare, ruperea unui număr mare de legături de hidrogen necesitînd cantități mai mari de sare. În aceste condiții, desigur că formula empirică a lui Willard nu mai poate fi satisfăcătoare, după cum rezultă și din rezultatele noastre

Dacă se reprezintă grafic funcția $\frac{\Delta v}{(\Delta t)^2}$, în loc de a obține o constantă $W = 0,0245$ (constanta lui Willard) independentă de temperatură, se observă pentru toate soluțiile și concentrațiile cercetate o variație a acestei mărimi cu temperatura, după curba din fig. 8

Abaterrea de la formula lui Willard scade pe măsura creșterii valorii lui Δt și tînde spre o mărime constantă, care însă se pare că rămîne superioară valorii „ W ”.

Viteza ultrasunetului în cele trei soluții, la aceeași temperatură, pentru concentrații procentuale identice, variază în sens invers cu greutatea moleculare, crescînd o dată cu gradul de hidratare a ionilor respectivi. Avînd în vedere că forțele intermoleculare au un rol determinant, asupra măririi vitezei, prin intermediul distanțelor dintre molecule, valoarea ei va depinde și de dipolmomentul moleculelor [5], [6], [7], [8].

Concluzii. 1. Viteza ultrasunetului în soluțiile apoase ale clorurilor metalelor alcaline variază cu temperatura și concentrația.

2. Creșterea concentrației are drept urmare deplasarea maximumului vitezei înspre temperaturi mai mici

3. Variația vitezei cu temperatura nu se poate descrie printr-o funcție de tip Willard.

(Întrat în redacție la 6. iulie 1969)

BIBLIOGRAFIE

- 1 H Țintea, Lia Onițiu, D Auslander, *Sur la vitesse de propagation des ultrasons dans des solutions des halogenures alcalins et alcalino-terreux (I)*, „Studia Universitatis Babeș-Bolyai” Cluj, Ser Math-Phys, fasc 1, 1969.
- 2 Schaaffs W, *Molekularakustik*, Berlin, 1963
- 3 Bergmann L, *Ultrazvuk*, Moskva, 1954
- 4 Tamas I, „Magyar Fiz.”, 7, 201—206, 1959
- 5 Mihailov I, Sarina L, Repanov G, *Skorosti zbuca i sprjazemosti koncentrirovanik rastvortov silnikh elektrolitov*, „Vestnic leningr Univ”, 1957
- 6 Rao M., Seshagiri, Rao B Ramachandra, *Ultrasonic velocity in aqueous solutions of some electrolytes*, „Nature”, 1961
- 7 Balachandra C I, *Ultrasonic velocities in aqueous electrolyte solutions*, „Nature”, 1960
- 8 Otohiko Nomoto, *Empirical formula for sound velocity in liquid mixtures*, „Journal of the Physical Society of Japan”, 3, nr 12, 1958, december
- 9 Subrahmaniam S V, *Ultrasonic behaviour of aqueous solutions of lithium halides*, „Acustica”, 13, nr 2, 1963

О СКОРОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УЛЬТРАЗВУКОВ В ВОДНЫХ РАСТВОРАХ
НЕКОТОРЫХ ГАЛОИДОВ (II).

Хлориды щелочных металлов

(Резюме)

Работа занимается измерениями скорости методом дифракции в водных растворах хлоридов щелочных металлов

Авторы устанавливают зависимость скорости от температуры и концентрации и констатируют, что формула Вилларда не соответствует этим электролитам.

Объясняется изменение скорости с концентрацией, а также смещение максимумов посредством действия солей на водородные связи и изменением некоторых молекулярных величин, как плотность, сила сцепления, дипольмомент и др.

SUR LA VITESSE DE PROPAGATION DES ULTRASONS DANS LES SOLUTIONS
AQUEUSES DE CERTAINS HALOGENES (II) *Chlorures des métaux alcalins*

(Résumé)

Le travail présente des mesurages de vitesse dans les solutions aqueuses des chlorures des métaux alcalins

On établit la dépendance de la vitesse de la température et de la concentration et l'on constate en même temps que la formule de Willard ne correspond pas à ces électrolytes

On explique la variation de la vitesse en fonction de la concentration, ainsi que le déplacement des maxima par l'action des sels sur les liaisons d'hydrogène aussi bien que par la modification de certaines grandeurs moléculaires, telles que densité, force de cohésion, dipol-moments et d'autres

SUR L'INSTABILITÉ MAGNÉTOHYDRODYNAMIQUE D'UN PLASMA QUI
POSSÈDE UNE PRESSION ANISOTROPE* (I)

L'équation de dispersion

par

MIRCEA VASIU

1. **Introduction.** Dans le mémoire présent nous voulons déduire l'équation de dispersion d'un modèle de plasma infini, homogène, compressible, non visqueux, doué d'une *conductivité électrique finie* et d'une *pression anisotrope*. Nous supposons que la fréquence Larmor ν_L est plus grande que la fréquence de collision ν_c entre les particules du plasma. Il existe une différence entre l'interaction des particules le long de la direction du champ magnétique et l'interaction des particules le long d'une direction perpendiculaire au champ magnétique. Dans ce cas la pression s'exprime par un tenseur \vec{p} , qui a la matrice suivante

$$\|\vec{p}\| = \begin{pmatrix} p_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & p_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & p_{\parallel} \end{pmatrix} \quad (1)$$

où p_{\parallel} est la pression le long de la direction du champ magnétique, p_{\perp} est la pression le long d'une direction perpendiculaire au champ magnétique. Le plasma se trouve sous l'action d'un très fort champ magnétique et sous l'action de son propre champ gravifique.

Pour simplifier le problème nous négligerons le courant de déplacement électrique, le procès de conductivité thermique, le procès de transfert de radiation et aussi le mouvement de rotation du plasma. Nous choisirons comme système de référence le système de coordonnées cartésiennes Oxyz. On suppose que dans l'état d'équilibre le plasma possède une vitesse nulle ($\vec{v}_0 = 0$) et à l'intérieur du plasma le champ magnétique a une seule composante axiale-uniforme: $\vec{B}_0 = B\vec{\epsilon}_z$, où $\vec{\epsilon}_z$ est le verseur de l'axe Oz.

Nous utilisons les résultats obtenus par Chew, Goldberger, Low [1], Jaggi [2], Trehan [3] et Tandon, Talwar [4]. Nous établirons ainsi

* Communication faite à la session scientifique de la Faculté de physique de l'Université de Cluj (26-27 mai 1969).

une équation de dispersion plus générale que l'équation de dispersion obtenue par Tandon et Talwar [4] pour un modèle de plasma infini, homogène, compressible, autogravifique, doué d'une *conductivité électrique infime* et d'une pression anisotrope et animé d'un mouvement de rotation

Les méthodes employées par nous pour établir l'équation de dispersion est la méthode développée par Chew, Goldberger, Low [1] et la méthode bien connue dans la littérature de spécialité sous le nom de méthode des „oscillations normales” (méthode des „petites perturbations”).

2. Équations fondamentales pour le plasma. Tenant compte des suppositions faites plus haut les équations magnétohydrodynamiques pour le modèle de plasma étudié s'écrivent sous la forme suivante.

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right] = -\nabla \vec{p} + \rho \cdot \nabla V + (\nabla \times \vec{B}) \times \vec{B} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) + \nu_m \Delta \vec{B} \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (5)$$

$$\Delta V = -4\pi G \rho \quad (6)$$

où \vec{v} est le vecteur vitesse d'un élément de plasma, ρ est la densité du plasma, \vec{p} est le tenseur de pression du plasma, V est le potentiel gravifique du plasma, \vec{B} est le vecteur induction magnétique à l'intérieur du plasma, $\nu_m = 1/\sigma\mu$ est le coefficient de viscosité magnétique, σ est le coefficient de conductivité électrique du plasma G est la constante gravitationnelle, ∇ est l'opérateur *nabla*, Δ est l'opérateur de Laplace

Les variations de type adiabatique pour les grandeurs p_{\parallel} et p_{\perp} sont données par les équations [1]

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{p_{\parallel} H^2}{\rho^3} \right) = 0, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{p_{\perp}}{\rho H} \right) = 0 \quad (7)$$

Il est à remarquer que le tenseur \vec{p} s'écrit sous la forme

$$\vec{p} = p_{\perp} \vec{\mathbf{1}} + (p_{\parallel} - p_{\perp}) \vec{n} \vec{n} \quad (8)$$

où $\vec{\mathbf{1}}$ est le tenseur unité, $\vec{n} = \vec{B}/B$ est le verseur le long de la direction du vecteur champ magnétique

3. L'état perturbé du plasma. Supposons maintenant le plasma dans un état de perturbation peu différent de l'état d'équilibre qui est caractérisé par les grandeurs physiques constantes: $\vec{v}_0 = 0$, V_0 , ρ_0 , $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z$, $p_{0\parallel}$, $p_{0\perp}$. Les perturbations \vec{v}' , V' , \vec{B}' , p'_{\parallel} , p'_{\perp} , ρ' peuvent être considérées comme petites, de sorte qu'on peut écrire

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \vec{v}_0 + \vec{v}' = \vec{v}', \quad V = V_0 + V', \quad \rho = \rho_0 + \rho', \quad \vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' \\ p_{\parallel} &= p_{0\parallel} + p'_{\parallel}, \quad p_{\perp} = p_{0\perp} + p'_{\perp} \end{aligned} \quad (9)$$

Les perturbations étant supposées suffisamment petites, leurs carrés et leurs produits peuvent être négligés. On suppose que les perturbations se propagent dans le plasma sous la forme des ondes monochromatiques planes

$$\varphi' = \varphi'_0 e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}, \quad \vec{a}' = \vec{a}'_0 e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \quad (10)$$

où φ' représente une grandeur quelconque $V', \rho', p'_{||}, p'_{\perp}$, \vec{a}' représente une grandeur quelconque \vec{v}', \vec{B}' , ω est la pulsation, \vec{k} est le vecteur nombre d'onde, \vec{r} est le vecteur de position d'un point dans l'espace.

Remplaçons les expressions (10) dans les équations (2)–(7). On obtient

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}'}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{p}' + \rho_0 \nabla V' + (\nabla + \vec{B}') \times \vec{B}'_0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} = -\rho_0 \nabla \cdot \vec{v}' \quad (12)$$

$$\frac{\partial \vec{B}'}{\partial t} = \nabla \times (\vec{v}' \times \vec{B}'_0) + \nu_m \Delta \vec{B}' \quad (13)$$

$$\nabla \cdot \vec{B}' = 0 \quad (14)$$

$$\Delta V' = -4\pi G \rho' \quad (15)$$

$$p'_{||} = 3 \frac{p_{0||}}{\rho_0} \rho' - 2 \frac{p_{0||}}{B} B' \quad (16)$$

$$p'_{\perp} = \frac{p_{0\perp}}{\rho_0} \rho' + \frac{p_{0\perp}}{B} B' \quad (17)$$

Remarquons maintenant qu'on peut mettre le système (11)–(13) sous une forme plus convenable. En effet, en tenant compte de l'égalité vectorielle

$$(\nabla \times \vec{B}') \times \vec{B}'_0 = (\vec{B}'_0 \cdot \nabla) \vec{B}' - \nabla (\vec{B}'_0 \cdot \vec{B}') = (\vec{B}'_0 \cdot \nabla) \vec{B}' - B \nabla B' \quad (18)$$

où l'on suppose $\vec{B}'_0 \cdot \vec{B}' = BB'$, de l'égalité vectorielle

$$\nabla \times (\vec{v}' \times \vec{B}'_0) = (\vec{B}'_0 \cdot \nabla) \vec{v}' - \vec{B}'_0 \nabla \cdot \vec{v}' \quad (19)$$

de la relation entre le vecteur perturbation vitesse \vec{v}' et le vecteur de déplacement infinitésimal $\vec{\xi}$

$$\vec{v}' = \frac{\partial \vec{\xi}}{\partial t} \quad (20)$$

où le vecteur $\vec{\xi}$ vérifie une solution de la forme (10), nous pouvons écrire les équations (11)–(13) sous la forme

$$-\rho_0\omega^2\vec{\xi} = -\nabla \cdot \vec{p}' + \rho_0\nabla V' + (\vec{B}_0 \cdot \nabla)\vec{B}' - B_0\nabla B' \quad (21)$$

$$\rho' = -\rho_0\nabla \cdot \vec{\xi} \quad (22)$$

$$\vec{B}' = (\vec{B}_0 \cdot \nabla)\vec{\xi} - \vec{B}_0\nabla \cdot \vec{\xi} - \frac{\nu_m}{i\omega}\Delta\vec{B}' \quad (23)$$

La projection du vecteur \vec{B}' sur l'axe Oz est donnée par l'expression

$$B'_z = B' = (\vec{B}_0 \cdot \nabla)\xi_z - B_0\nabla \cdot \vec{\xi} - \frac{\nu_m}{i\omega}\Delta B'_z \quad (24)$$

Introduisons maintenant la notation

$$\Omega_m^2 = 1 - \frac{\nu_m}{i\omega}k^2 \quad (25)$$

Tenant compte de (24) et de (25), les égalités (23)–(24) deviennent

$$\vec{B}' = \frac{1}{\Omega_m^2}\nabla \times (\vec{\xi} \times \vec{B}_0) = \frac{1}{\Omega_m^2}(ik_{\parallel}B_0\vec{\xi} - B_0\nabla \cdot \vec{\xi}) \quad (26)$$

$$B'_z = -\frac{1}{\Omega_m^2}B_0\nabla_{\perp} \cdot \vec{\xi}_{\perp} \quad (27)$$

où $k_{\parallel} = k_x$, l'opérateur ∇_{\perp} est de la forme

$$\nabla_{\perp} = \vec{\varepsilon}_x \frac{\partial}{\partial x} + \vec{\varepsilon}_y \frac{\partial}{\partial y} = \nabla - \vec{n}(\vec{n} \cdot \nabla) \quad (28)$$

et le vecteur $\vec{\xi}_{\perp}$ s'écrit

$$\vec{\xi}_{\perp} = \vec{\varepsilon}_x\xi_x + \vec{\varepsilon}_y\xi_y = \vec{\xi} - \vec{\xi}_{\parallel} = \vec{\xi} - \vec{\varepsilon}_x\xi_x \quad (29)$$

La grandeur $\nabla \cdot \vec{p}'$ est donnée par l'égalité suivante [3]:

$$\nabla \cdot \vec{p}' = \nabla_{\perp} p'_{\perp} + (p'_{0\perp} - p'_{0\parallel})k^2\vec{\xi}_{\perp} + ik_{\parallel}[(p'_{0\parallel} - p'_{0\perp})\nabla_{\perp} \cdot \vec{\xi}_{\perp} + p'_{\parallel}]\vec{n} \quad (30)$$

Les perturbations p'_{\perp} , p'_{\parallel} s'obtiennent à l'aide des équations (16), (17) en tenant compte de l'égalité (22) et de l'égalité (27). Nous obtenons les expressions suivantes:

$$p'_{\perp} = -p'_{0\perp} \left[\left(\frac{1 + \Omega_m^2}{\Omega_m^2} \right) \nabla_{\perp} \cdot \vec{\xi}_{\perp} + ik_{\parallel} \xi_{\parallel} \right] \quad (31)$$

$$p'_{\parallel} = p'_{0\parallel} \left[\left(\frac{2 - 3\Omega_m^2}{\Omega_m^2} \right) \nabla_{\perp} \cdot \vec{\xi}_{\perp} - 3ik_{\parallel} \xi_{\parallel} \right] \quad (32)$$

En introduisant (31) et (32) dans (30) on peut écrire

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{p}' = & -p_{0\perp} \left[\left(\frac{1 + \Omega_m^2}{\Omega_m^2} \right) \nabla_{\perp} (\nabla_{\perp} \cdot \vec{\xi}_{\perp}) + ik_{\parallel} \nabla_{\perp} \xi_{\parallel} \right] + (p_{0\perp} - p_{0\parallel}) k_{\parallel}^2 \vec{\xi}_{\perp} + \\ & + ik_{\parallel} \left\{ (p_{0\parallel} - p_{0\perp}) \nabla_{\perp} \cdot \vec{\xi}_{\perp} + p_{0\parallel} \left[\left(\frac{2 - 3\Omega_m^2}{\Omega_m^2} \right) \nabla_{\perp} \cdot \vec{\xi}_{\perp} - 3ik_{\parallel} \xi_{\parallel} \right] \right\} \vec{n} \end{aligned} \quad (33)$$

La grandeur $\rho_0 \nabla V'$ s'établit à l'aide de la solution de l'équation (15) En tenant compte de (10), de (15) et de (22), on obtient

$$\rho_0 \nabla V' = \frac{4\pi G \rho_0^2}{k^2} (\vec{k}_{\perp} + \vec{k}_{\parallel}) (\vec{k} \cdot \vec{\xi}) = \frac{4\pi G \rho_0}{k^2} (\vec{k}_{\perp} + \vec{k}_{\parallel}) (\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{\xi}_{\perp} + \vec{k}_{\parallel} \cdot \vec{\xi}_{\parallel}) \quad (34)$$

$$\vec{k}_{\perp} = \vec{\varepsilon}_x k_x + \vec{\varepsilon}_y k_y; \quad \vec{k}_{\parallel} = \vec{k}_z.$$

La grandeur vectorielle $(\nabla \times \vec{B}') \times \vec{B}_0$, qui est donnée par l'égalité (18) en faisant usage de (26) et de (27), peut être mise sous la forme

$$(\nabla \times \vec{B}') \times \vec{B}_0 = ik_{\parallel} B' \vec{B}' - B_0 \nabla B' = \frac{B^2}{\Omega_m^2} [\nabla_{\perp} (\nabla_{\perp} \cdot \vec{\xi}_{\perp}) - k_{\parallel}^2 \vec{\xi}_{\perp}] \quad (35)$$

4. L'équation de dispersion. Remplaçons maintenant dans l'équation (21) les grandeurs: $\nabla \vec{p}'$, $\rho_0 \nabla V'$, $(\nabla \times \vec{B}') \times \vec{B}_0$ par leurs expressions: (33), (34) et (35). En faisant usage des égalités vectorielles

$$\begin{aligned} \vec{\xi} = \vec{\xi}_{\perp} + \vec{\xi}_{\parallel}; \quad \nabla_{\perp} \xi_{\parallel} = v \xi_{\parallel} \vec{k}_{\perp}; \quad \nabla_{\perp} \cdot \vec{\xi}_{\perp} = i(\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{\xi}_{\perp}) \\ \nabla_{\perp} (\nabla_{\perp} \cdot \vec{\xi}_{\perp}) = v^2 \vec{k}_{\perp} (\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{\xi}_{\perp}) = -\vec{k}_{\perp} (\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{\xi}_{\perp}) \end{aligned} \quad (36)$$

on obtient l'égalité

$$\begin{aligned} -\rho_0 \omega^2 \vec{\xi} = & p_{0\perp} \left[- \left(\frac{1 + \Omega_m^2}{\Omega_m^2} \right) (\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{\xi}_{\perp}) \vec{k}_{\perp} - k_{\parallel} \xi_{\parallel} \vec{k}_{\perp} \right] - \\ & - (p_{0\perp} - p_{0\parallel}) k_{\parallel}^2 \vec{\xi}_{\perp} + \frac{4\pi G \rho_0^2}{k^2} [(\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{\xi}_{\perp}) \vec{k}_{\perp} + \\ & + (\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{\xi}_{\perp}) \vec{k}_{\parallel} + (\vec{k}_{\parallel} \cdot \vec{\xi}_{\parallel}) \vec{k}_{\parallel} + (\vec{k}_{\parallel} \cdot \vec{\xi}_{\parallel}) \vec{k}_{\perp}] - \\ & - \frac{B_0^2}{\Omega_m^2} [(\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{\xi}_{\perp}) \vec{k}_{\perp} + k_{\parallel}^2 \vec{\xi}_{\perp}] - vk_{\parallel} \left\{ v(p_{0\parallel} - p_{0\perp}) (\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{\xi}_{\perp}) + \right. \\ & \left. + p_{0\parallel} \left[i \left(\frac{2 - 3\Omega_m^2}{\Omega_m^2} \right) (\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{\xi}_{\perp}) - 3vk_{\parallel} \xi_{\parallel} \right] \right\} \vec{n} \end{aligned} \quad (37)$$

L'équation (37) se décompose en deux égalités

$$\left[\rho_0 \omega^2 - \left(p_{0\perp} - p_{0\parallel} + \frac{B_0^2}{\Omega_m^2} \right) k_{\parallel}^2 \right] \vec{\xi}_{\perp} = \left\{ \left[p_{0\perp} \left(\frac{1 + \Omega_m^2}{\Omega_m^2} \right) - \frac{4\pi G \rho_0^2}{k^2} + \frac{B_0^2}{\Omega_m^2} \right] (\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{\xi}_{\perp}) + k_{\parallel} \left[p_{0\perp} + \frac{4\pi G \rho_0^2}{k^2} \right] \xi_{\parallel} \right\} \vec{k}_{\perp} \quad (38)$$

$$\left[\rho_0 \omega^2 - 3k_{\parallel}^2 p_{0\parallel} + \frac{4\pi G \rho_0^2}{k^2} k_{\parallel}^2 \right] \xi_{\parallel} \vec{n} = - \left\{ (p_{0\parallel} - p_{0\perp}) k_{\parallel} + k_{\parallel} p_{0\parallel} \left(\frac{2 - 3\Omega_m^2}{\Omega_m^2} \right) \right\} \vec{n} + \frac{4\pi G \rho_0^2}{k^2} (\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{\xi}_{\perp}) \vec{k}_{\parallel} \quad (39)$$

Nous multiplions scalairement l'équation (38) par le vecteur \vec{k}_{\perp}

En substituant maintenant la grandeur ξ_{\parallel} , donnée par l'équation (39), dans l'égalité (38), on obtient alors l'équation de dispersion sous la forme

$$\rho_0 \omega^2 - \left(p_{0\perp} - p_{0\parallel} + \frac{B^2}{\Omega_m^2} \right) k_{\parallel}^2 - \left[p_{0\perp} \left(\frac{1 + \Omega_m^2}{\Omega_m^2} \right) - \frac{4\pi G \rho_0^2}{k^2} + \frac{B_0^2}{\Omega_m^2} \right] k_{\perp}^2 + k_{\perp}^2 k_{\parallel} \left(p_{0\perp} + \frac{4\pi G \rho_0^2}{k^2} \right) \frac{\left[p_{0\parallel} - p_{0\perp} - \frac{4\pi G \rho_0^2}{k^2} + p_{0\parallel} \left(\frac{2 - 3\Omega_m^2}{\Omega_m^2} \right) \right]}{\rho_0 \omega^2 - 3k_{\parallel}^2 p_{0\parallel} + \frac{4\pi G \rho_0^2}{k^2} k_{\parallel}^2} = 0 \quad (40)$$

Cas particuliers :

a) Pour le cas d'un plasma infini, homogène, compressible, non visqueux, doué d'une conductivité électrique infinie et avec une pression anisotrope, l'équation de dispersion (40) se réduit à l'équation de dispersion obtenue par Tandon et Talwar, si on néglige le mouvement de rotation du plasma

En vérité, pour une conductivité électrique infinie ($\sigma \rightarrow \infty$), le coefficient de viscosité magnétique est nul ($\nu_m = 0$). Dans ce cas, la grandeur Ω_m^2 , qui est donnée par l'expression (25), devient égale à l'unité ($\Omega_m^2 = 1$). Nous obtenons l'équation de dispersion

$$\rho_0 \omega^2 - (p_{0\perp} - p_{0\parallel} + B_0^2) k_{\parallel}^2 - \left(2p_{0\perp} - \frac{4\pi G \rho_0^2}{k^2} + B^2 \right) k_{\perp}^2 - k_{\perp}^2 k_{\parallel}^2 \frac{\left(p_{0\perp} + \frac{4\pi G \rho_0^2}{k^2} \right)^2}{\rho_0 \omega^2 - 3k_{\parallel}^2 p_{0\parallel} + \frac{4\pi G \rho_0^2}{k^2}} = 0 \quad (41)$$

b) Pour le cas d'un plasma infini, homogène, compressible, non visqueux, doué d'une conductivité électrique infinie et avec une pression anisotrope, en

l'absence de son propre champ gravifique l'équation de dispersion (40) se réduit à l'équation de dispersion connue dans la littérature de spécialité [3], [5]

$$\rho_0 \omega^2 - (\rho_{0\perp} - \rho_{0\parallel} + B^2) k_{\parallel}^2 - 2 \left(\rho_{0\perp} + \frac{B_0^2}{2} \right) k_{\perp}^2 - k_{\perp}^2 k_{\parallel}^2 \frac{\rho_{0\perp}^2}{\rho_0 \omega^3 - 3k_{\parallel}^2 \rho_{0\parallel}} = 0 \quad (42)$$

L'équation de dispersion (40) a une grande importance pour l'établissement du critère de l'instabilité magnétohydrodynamique du modèle de plasma analysé, qui a d'importantes applications, en général, dans la physique du plasma et, en particulier, dans l'astrophysique

(Manuscrit reçu le 8 octobre 1969)

BIBLIOGRAPHIE

- 1 G Chew, M Goldberger, F Low, Proc Roy Soc, A, **236** (1956), 112
- 2 R Jaggi, Phys of Fluids, **5** (1962), 949
- 3 S Trehan, Plasma Physics, Int Atomic Ener Ag Vienna, **21**, (1965)
- 4 J Tandon, S Talwar, Nuclear Fusion, **3**, (1963) 75
- 5 R Deutsch, *Unde magnetohidrodinamice*, Ed Acad R.S.R., București, 205, (1969)

ASUPRA INSTABILITĂȚII MAGNETOHIDRODINAMICE A UNEI PLASME CU PRESIUNE ANIZOTROPĂ (I) *Ecuatia de dispersie*

(Rezumat)

În această lucrare autorul stabilește ecuația de dispersie pentru un model de plasmă care este presupusă infinită, omogenă, compresibilă, neviscoasă, cu *conductivitate electrică finită* și cu presiune anizotropă. Se neglijează atât mișcarea de rotație a plasmei, cât și procesele de conductibilitate termică și de transfer de radiație din interiorul plasmei. Presiunea plasmei fiind considerată ca un tensor, se utilizează metoda elaborată de Chew, Goldberger și Low. În plasmă se consideră că apar mici perturbații care se propagă sub forma unor unde plane monocromatice.

Ecuația de dispersie care se obține generalizează ecuația de dispersie obținută de Tandon și Talwar pentru un model similar de plasmă, cu deosebirea că plasma este considerată în mișcare de rotație și *conductivitatea sa electrică* este presupusă *infinit de mare*.

În lucrare se discută și unele cazuri particulare și se dau ecuațiile de dispersie corespunzătoare.

О МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПЛАЗМЫ С АНИЗОТРОПНЫМ ДАВЛЕНИЕМ (I)

Уравнение дисперсии

(Резюме)

Автор статьи устанавливает уравнение дисперсии для образца плазмы, которая предполагается бесконечной, однородной, сжимаемой, вязкой с *конечной электропроводностью* и с анизотропным давлением. Пренебрегается как ротационным движением плазмы, так и процессами теплопроводности и передачи радиации изнутри плазмы. Рассматривая давление плазмы как тензор, автор использует метод, выработанный Chew, Goldberger и Low. Он считает, что в плазме появляются малые пертурбации, которые распространяются в виде монохроматических плоских волн.

Полученное уравнение дисперсии обобщает уравнение дисперсии, полученное Tandon и Talwar для сходного образца плазмы, с тем различием, что плазма рассматривается в ротационном движении и ее *электропроводность* предполагается *бесконечно большой*.

В работе рассматриваются и некоторые частные случаи и даются соответствующие уравнения дисперсии.

CRONICĂ

I Participări la manifestări științifice internaționale

- 1 Conferința inaugurală a Societății Europene de Fizică Florența—Italia, 8—12 aprilie 1969. A participat prof Z G á b o s
- 2 Colloque International du CNRS sur les Eléments des Terres Rares, Paris—Grenoble, Franța, 5—10 mai 1969 A participat conf. Iuliu Pop (*Le ferrimagnétisme du composé intermétallique Co-Gd*)
- 3 Symposium on Radiation Damage in Reactor Materials, Viena-Austria, 2—6 June 1969 Au participat conf Al B ó d i, asist I. Barbur.
- 4 International Symposium of Isotopic Effects, York-Anglia, 8—12 iulie 1969 Au participat prof. V. Mercea, conf F. Koch
- 5 International Summer School on Magnetic Resonance and Related Phenomena, Mangala-Nord, 1—6 septembrie 1969. Au participat prof H Țintea, conf. Al. Nicula, asist. I Barbur, fizician Al Darabont, fizician P. Fitori, fizician L. Giurgiu.
- 6 Hochfrequenzspektroskopie der Physikalischen Gesellschaft in der Deutschen Demokratischen Republik, 14—17 Sept 1969 an der Sektion Physik der Karl Marx Universität, Leipzig Au participat conf Al Nicula, conf E. Tătaru, conf Al B ó d i, conf, F. Koch, lector Maria Tătaru, asist. Ana Farkas
- 7 Herbstschule uber Hochfrequenzspektroskopie, 18—24 Sept 1969, Leipzig, DDR. Au participat conf Al. Nicula, conf E. Tătaru, conf Al. B ó d i, lector Maria Tătaru
- 8 Simpozionul științific privind colaborarea dintre țările socialiste în domeniul fizicii cosmice, Sopron, R.P.U., 13—28 august 1969 A parti-

cipat prof. I. T. László (*Cercetări făcute în luna decembrie 1968, și ianuarie și februarie 1969 la Cluj referitoare la subtema 4 (aureolele polare și perturbațiile în ionosfera joasă).*)

II Participări la manifestări științifice din țară

- 1 Sesiunea de comunicări științifice a Institutului pedagogic Oradea, 24—25 mai 1969. Au prezentat comunicări. A Nicula, Iuliu Pop, I Cosma
- 2 Sesiunea de comunicări științifice a Institutului pedagogic Baia Mare, 24—25 mai 1969. Au prezentat comunicări I. T. László, Z. G á b o s
- 3 Sesiunea de comunicări științifice a Institutului pedagogic de 3 ani Tg Mureș, 9—11 mai 1969 Au prezentat comunicări I. T. László, D. Auslander, I. Onițiu, E. Rus, I. Lenart, L. Mârza, C. Șerban, I. Dăbălă, A. Ciupe, E. Constantin, I. Stan, L. Kosma
- 4 Sesiunea festivă de comunicări științifice a Institutului de fizică atomică București, 18—19 iulie 1969 A prezentat comunicare prof. dr. doc. V. Mercea
- 5 Sesiunea festivă de comunicări a Institutului de fizică atomică Cluj, 25—26 iulie 1969 Au prezentat comunicări prof. dr. doc. V. Mercea, conf. A. Nicula

III Sedințe de comunicări

Sesiunea festivă de comunicări a corpului didactic de la Facultatea de fizică cu prilejul aniversării a 25 de ani de la eliberarea României de sub jugul fascist, 26—27 mai 1969.

1. Prof. dr. doc. Victor Mercea, *Distribuția deuterului în procesele de fragmentare ale metanului*

- 2 Conf dr Francisc Koch *Rotația moleculară și rotația probei studiată prin RMN*
- 3 Asist A Farkas, șef lucr E Fodor, *Măsurători de abundențe izotopice la alcoolii deuterati prin RMN.*
- 4 Asist Vi Znamirovski, *Echilibrul izotopic la electrodul normal de hidrogen*
- 5 Fizician I Mastan, *Metastabilitatea ionului CH_5^+*
- 6 Conf dr Al Nicula, cercet S. Fărcaș, fizician Al Darabont, *Defecte paramagnetice ortorombice, axiale și cubice produse în halogenuri alcaline dozate cu catoni*
- 7 Conf dr Al Nicula, cercet S Fărcaș, cercet. M Paladi, fizician M Petean, *Calculul și determinarea experimentală a nivelurilor de energie a ionului Gd^{3+} în CaF_2*
- 8 Asist Gh. Cristea, fizician Al Darabont, fizician Eleonora Trif, RES a Cr^{3+} în $\text{KCa}(\text{SO}_4)_2$
- 9 Conf dr Iuliu Pop, ing Emil Burzo, *Antiferomagnetismul compusului intermetalic Gd_3Co*
- 10 Conf dr E Tătaru, *Semnalele RMN ale autodinei parametrice*
- 11 Prof dr doc M Drăganu, *Contribuții la teoria amortizării a lui Landau*
12. Conf dr. M Vasiliu, *Contribuții la stabilirea ecuației de dispersie a unui model de plasmă cu presiune anizotropă*
- 13 Cercet Gh Lupu, *Contribuții la rezolvarea ecuației lui Boltzmann pentru o plasmă prin serii de polinoame Legendre și polinoame Laguerre*
- 14 Cercet Gavril G Pop, *Contribuții la teoria efectelor nelinare într-o plasmă în câmp magnetic alternativ*
- 15 Asist Steliana Codreanu, *Asupra deducerii ecuațiilor fundamentale din teoria macroscopică a turbulenței*
- 16 Cercet M Crișan, *Metoda funcției Green în problema spargerilor de simetrie în sistemele fermionice*
- 17 Cercet P Tătaru, *Relații de dispersie și grupuri de simetrie*
- 18 Prof dr doc M Drăganu, *Asupra unui sistem de ecuații integrale singulare în teoria transportului*

IV Vizite

10 septembrie 1969

Dr W Windch, Universitatea din Leipzig

10 septembrie 1969

Dr K Falkowski, Institutul de Fizică din Varșovia

11 septembrie 1969

Dr I Petriček, Institutul de Fizică din Praga.

Prof Lewis, Universitatea din Belfast, Anglia

25 septembrie 1969

Delegația condusă de prof Lee D u b r i d g e, asistent științific al Președintelui Statelor Unite ale Americii



În cel de al XV-lea an de apariție (1970) *Studia Universitatis Babeș-Bolyai* cuprinde seriile :

matematică—mecanică (2 fascicule) ;
fizică (2 fascicule) ;
chimie (2 fascicule) ;
geologie—mineralogie (2 fascicule) ;
geografie (2 fascicule) ;
biologie (2 fascicule) ;
filozofie ;
sociologie ;
științe economice (2 fascicule) ;
psihologie—pedagogie ;
științe juridice ;
istorie (2 fascicule) ;
lingvistică—literatură (2 fascicule).

На XV году издания (1970) *Studia Universitatis Babeș-Bolyai* выходит следующими сериями:

математика—механика (2 выпуска);
физика (2 выпуска);
химия (2 выпуска);
геология—минералогия (2 выпуска);
география (2 выпуска);
биология (2 выпуска);
философия;
социология;
экономические науки (2 выпуска);
психология—педагогика;
юридические науки ;
история (2 выпуска);
языкознание—литературоведение (2 выпуска).

Dans leur XV-me année de publication (1970) les *Studia Universitatis Babeș-Bolyai* comportent les séries suivantes :

mathématiques—mécanique (2 fascicules) ;
physique (2 fascicules) ;
chimie (2 fascicules) ;
géologie—minéralogie (2 fascicules) ;
géographie (2 fascicules) ;
biologie (2 fascicules) ;
philosophie ;
sociologie ;
sciences économiques (2 fascicules) ;
psychologie—pédagogie ;
sciences juridiques ;
histoire (2 fascicules) ;
linguistique—littérature (2 fascicules).