

**STUDIA**  
**UNIVERSITATIS BABEŞ-BOLYAI**

**SERIES PHYSICA**

**FASCICULUS 1**

**1971**

**C L U J**

**REDACTOR ȘEF: Prof. ȘT. PASCU, membru corespondent al Academiei**

**REDACTORI ȘEFI ADJUNCȚI: Acad. prof. ȘT. PÉTERFI, prof. GH. MARCU, prof. A. NEGUCIOIU**

**COMITETUL DE REDACȚIE AL SERIEI FIZICĂ: Prof. A. BÓDI, prof. Z. GÁBOS (redactor responsabil), prof. V. MERCEA, membru corespondent al Academiei, prof. I. POP, lect. I. BARBUR (secretar de redacție)**

# STUDIA

## UNIVERSITATIS BABEȘ-BOLYAI

### SERIES PHYSICA

#### FASCICULUS 1

---

Redacția CLUJ, str M Kogălniceanu, 1 • Telefon 1 34 50

---

#### SUMAR — СОДЕРЖАНИЕ — CONTENTS — INHALT — SOMMAIRE

S. GOCAN, I. STĂNESCU, I. ARDELEAN, ȘT. MAN, Studiul unor proprietăți electrice și structurale ale sistemului de sticle semiconductoră $V_2O_5 - As_2O_3 - PbO$ • Изучение некоторых электрических и структурных свойств системы полупроводниковых стёкол $V_2O_5 - As_2O_3 - PbO$ • Étude des propriétés électriques et structurales du système de verres semi-conducteurs $V_2O_5 - As_2O_3 - PbO$ . . . . .	3
ȘT. CODREANU, Considerații privind ecuațiile dublelor corelații ale vitezei și cîmpului magnetic într-un fluid conductor turbulent izotrop • Об уравнениях двойных корреляций скорости и магнитного поля в изотропной турбулентной проводящей жидкости • On Double Correlation Equations of the Magnetic Field and Velocity in an isotropic Conducting Turbulent Flow . . . . .	9
I. SILIȘTEANU, The Leptonic Decays of Mesons • Dezintegrarea leptonică a mezonilor • Лептоновое расщепление мезонов . . . . .	15
Z. GÁBOS, B. DEMȘOREANU, Über die Masse des Myonen-Neutrinos • Asupra masei neutrino-ului mioonic • О массе мюонового нейтрино . . . . .	21
H. M. RUCK, About the Nucleon Form Factor at High Energies • Despre factorul de formă nucleonic la energii înalte • О нуклеоновом форм-факторе при высоких энергиях . . . . .	25
M. CRISTEA, Permițivitatea dielectrică a unei plasme slab ionizate, așezată în cîmpuri încrucișate • Диэлектрическая проницаемость слабо ионизированной плазмы, расположенной в перекрестных полях • Permițivité diélectrique d'un plasma faiblement ionisé placé dans des champs croisés . . . . .	29
Z. GÁBOS, Über die Wechselwirkung polarisierter Elementarteilchen • Asupra interacției particulelor polarizate • О взаимодействии поляризованных частиц . . . . .	47
T. I. LÁSZLO, Considerații asupra corelației dintre propagarea transhorizantală a undelor VHF și tipurile de zi ale straturilor ionosferice E <sub>s</sub> din zona temperată (I) • О корреляции между распространением за горизонт волн сверхвысоких частот и дневными типами ионосферных слоев E <sub>s</sub> умеренной зоны (I) • Considerations on the Correlation between the Transhorizontal Propagation of the VHF Waves and the Day Types of the E <sub>s</sub> Ionospheric Layers in the Temperate Zone (I) . . . . .	53
I. MACAVEI, D. AUSLANDER, Viteza ultrasunetului în amestecuri binare de lichide organice • Скорость ультразвука в двойных смесях органических жидкостей • La vitesse de propagation des ultrasons dans des mélanges binaires de liquides organiques . . . . .	69

I. COCIU, GH CRISTEA, Determinarea timpilor de relaxare $T_1$ și $T_2$ a $Cr^{3+}$ în $(NH_4)Ga(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$ prin metoda parametrului $n$ • Определение времен релаксации $T_1$ и $T_2$ иона $Cr^{3+}$ в $(NH_4)Ga(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$ методом параметра $n$ • Détermination des temps de relâchement $T_1$ et $T_2$ de $Cr^{3+}$ dans $(NH_4)Ga(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$ par la méthode du paramètre $n$	73
A FARKAS, E TĂTARU, Proton Magnetic Resonance Study on Light- and Heavy-Water Solutions of Be (II) • Studiul RMN al soluțiilor de Be (II) în apă ușoară și grea • Исследование ЯМР растворов Be(II) в легкой и тяжелой воде	79
C. ȘTEȚIU, Studiul vitezei de propagare a undelor ultrasonore în alcoolii primari și în amestecurile lor (I) • Исследование скорости распространения ультразвуковых волн в первичных спиртах и в их смесях (I) • Étude de la vitesse de propagation des ondes ultrasoniques dans des alcools primaires et leurs mélanges	83
Note — Заметки — Notes — Notizen	
F KOCH, Verwendung eines industriellen Wobolators zum Erhalten des KMR-Signals von $Co^{59}$ • O metodă simplă pentru detectarea rezonanței la $Co^{59}$ • Простой метод детектирования резонанса у $Co^{59}$	91
Recenzii — Рецензии — Books — Bucherbesprechung — Livres parus	
K Magnus, <i>Schwingungen</i> (F KOCH)	93
F Ollendorff, <i>Erdstrome</i> (T I LÁSZLÓ)	93
G Lautz, <i>Electromagnetische Felder</i> (T I LÁSZLÓ)	94
R E Munn, <i>Boundary-Layer Meteorology</i> (T I LÁSZLÓ)	94
Cronică — Хроника — Chronicle — Chronik — Chronique	95

# STUDIUL UNOR PROPRIETĂȚI ELECTRICE ȘI STRUCTURALE ALE SISTEMULUI DE STICLE SEMICONDUCTOARE $V_2O_5-As_2O_3-PbO$

S. GOCAN, L. STĂNESCU, I. ARDELEAN și ȘT. MAN

**Introducere.** Lucrarea se încadrează într-un studiu amplu al sticlelor semi-conductoare pe bază de  $V_2O_5$  [1-7], care prezintă importanță atât din punct de vedere fundamental, avînd mecanismul prin salt al conductibilității electrice (sticle conținînd oxizii metalelor de tranziție), cît și din punct de vedere practic, avînd proprietăți termistorice pregnante.

Acest studiu are la bază lucrările anterioare referitoare la sistemele binare  $V_2O_5-As_2O_3$  [8] și  $V_2O_5-PbO$  [9]. În această lucrare s-a urmărit formarea și unele date structurale și electrice ale sistemului ternar  $V_2O_5-As_2O_3-PbO$ , efectuînd analiza termică (analiză la microscopul termic, termogravimetrică și termodiferențială), spectre IR, studiul variației rezistenței electrice în funcție de temperatură, precum și caracteristica volt-amperică.

În cazul sistemului studiat, rolul formatorului de sticlă îl joacă  $As_2O_3$ , spre deosebire de  $P_2O_5$  cunoscut din literatură [1, 2, 6, 8, 10, 11] și folosit în acest scop la obținerea de sticle pe bază de  $V_2O_5$ .

## Partea experimentală

1. *Prepararea probelor.* Probele au fost preparate din produși de puritate p a. Compozițiile probelor au fost topite în creuzete de porțelan neglazurate. Concentrația exprimată în procente molare a compozițiilor probelor este redată în tabelul 1 și fig 1.

La stabilirea acestor concentrații s-a avut în vedere ca punctele ce reprezintă compoziția sistemului ternar reprezentat în fig. 1 să acopere o suprafață cît mai mare. De asemenea s-a ținut seama de posibilitatea de a se obține prin topirea componentelor compoziții cu caracter sticlos

Tabel 1

Compoziția probelor					
Nr probei	1	2	3	4	5
$V_2O_5$ moli %	80	70	50	30	20
$As_2O_3$ moli %	20	10	20	30	60
PbO moli %	0	20	30	40	20

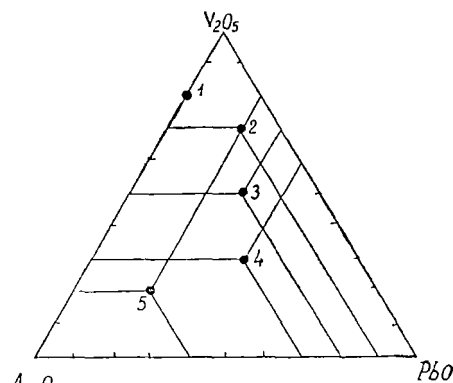


Fig 1

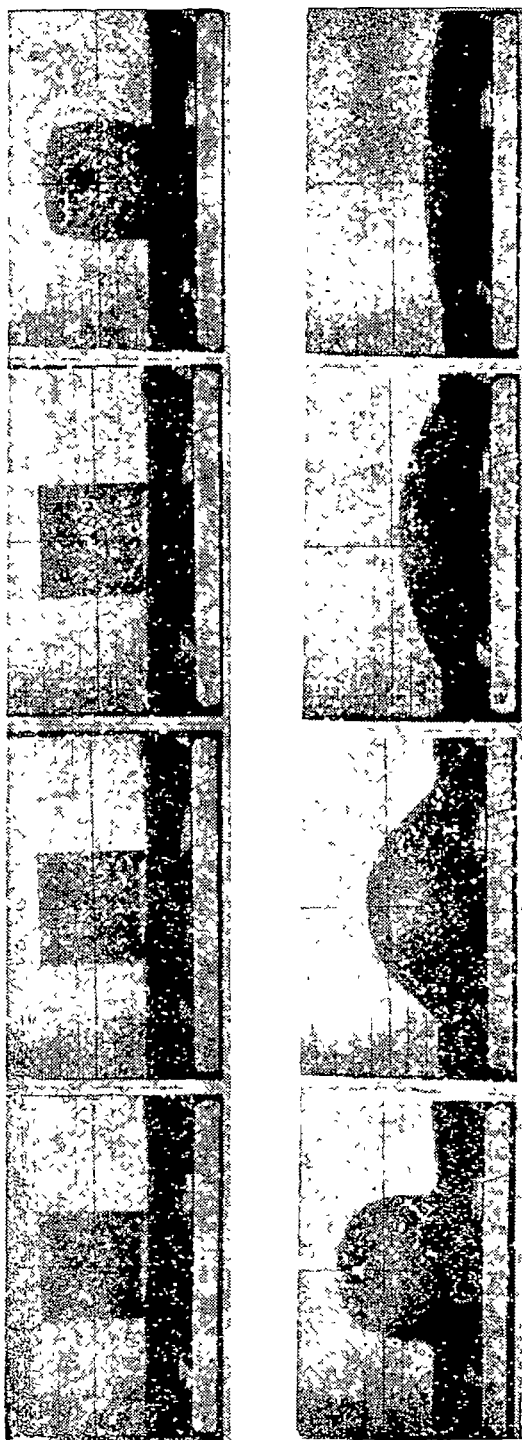


Fig. 2.

Probele sintetizate au aspect sticlos, putând fi trase în fire, turnate, s-au putut confecționa bastonașe. Spărtura acestor probe este concoidală. Toate acestea denotă că probele studiate sînt sticle.

2. *Studiul privind formarea sticlelor*. Studiul privind formarea sticlelor a fost efectuat cu ajutorul unui microscop termic de tip „Leitz Wetzlar”. Probele studiate au fost presate sub formă de cuburi avînd dimensiunile  $3 \times 3 \times 3$  mm, din pulberea amestecului componentilor conform tabelului 1.

Pentru a ilustra acest studiu am ales comportarea probei 2, redată în fig. 2.

Din examinarea fig. 2 se constată că topirea amestecului componentilor începe la temperatura de  $620^\circ\text{C}$  și se termină la  $660^\circ\text{C}$ .

Făcîndu-se studii asemănătoare și pentru celelalte probe am constatat că domeniul în care probele se topesc formînd sticle pentru diferite compoziții (tabelul 1) este cuprins între  $590$ — $690^\circ\text{C}$ .

Prezența în sticle a  $\text{As}_2\text{O}_3$  se manifestă prin micșorarea tendinței de cristalizare și a vitezei de solidificare prin creșterea viscozității.

3. *Studiul spectrelor de absorbție IR*. Spectrele de absorbție IR ale probelor au fost obținute cu un spectrograf UR—10, folosind tehnica pastei în nuyol.

Benzile spectrului de absorbție IR caracteristice componentilor puri sînt analizate în alte lucrări [8, 9, 12].

În fig. 3 și 4 redăm spectrele de absorbție IR ale compozițiilor probelor, numerele de pe figuri corespund cu numerele probelor din tabelul 1.

Examinînd fig. 3, proba 1, se constată că, aceasta prezintă picul de la  $1030\text{ cm}^{-1}$  a  $\text{V}_2\text{O}_5$  (cores-

punde vibrațiilor de valență a legăturii V=O) dar mult micșorat. Toate spectrele sînt caracterizate de maxime de absorbție la  $615\text{ cm}^{-1}$ ,  $800\text{ cm}^{-1}$  și  $1120\text{ cm}^{-1}$ . Probele 4 și 5 mai prezintă un maxim de absorbție suplimentar la  $475\text{ cm}^{-1}$  și  $500\text{ cm}^{-1}$  corespunzător, și un minim de absorbție la  $600\text{ cm}^{-1}$ .

Avînd în vedere aspectul spectrelor de absorbție IR din fig 3 și 4, care sînt foarte diferite de spectrele componentilor puri cît și de ale sistemelor binare  $\text{V}_2\text{O}_5 - \text{As}_2\text{O}_3$  [8],  $\text{V}_2\text{O}_5 - \text{PbO}$  [9], se poate trage concluzia că există interacțiuni chimice puternice între componente. Faptul că spectrele sistemului studiat sînt mult mai sărace în maxime de absorbție IR decît spectrele componentilor puri, denotă formarea unor faze sticloase, care în general sînt caracterizate de astfel de spectre.

4. *Studiul termogravimetric.* Analiza termogravimetrică s-a făcut cu ajutorul unui „Derivatograph” tip OD-101 (PPE-676).

Efectuîndu-se analiza termogravimetrică a sistemului studiat, nu s-a constatat absorbție de oxigen la topire, rezultate care sînt în acord cu lucrările [8, 9, 13] în care se precizează că acest fenomen este caracteristic fazelor sticloase.

După Goriunova și Kolomieț [14] formarea structurii sticloase este legată de natura chimică a atomilor și de caracterul interacțiunilor dintre aceștia, ceea ce duce la o ordine locală a unităților de bază care sînt astfel înlanțuite încît ordinea la distanță este distrusă [6]. Mai mult, natura stării sticloase

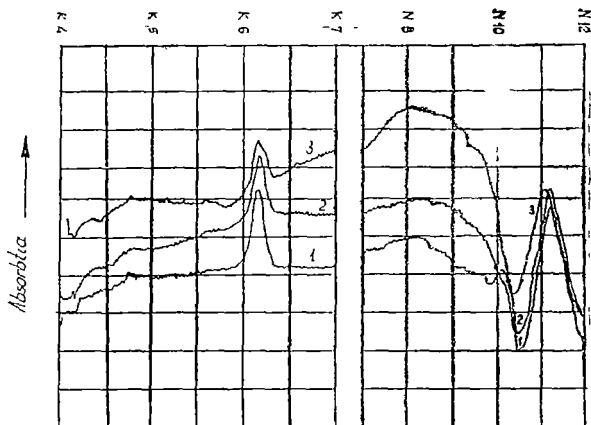


Fig. 3.

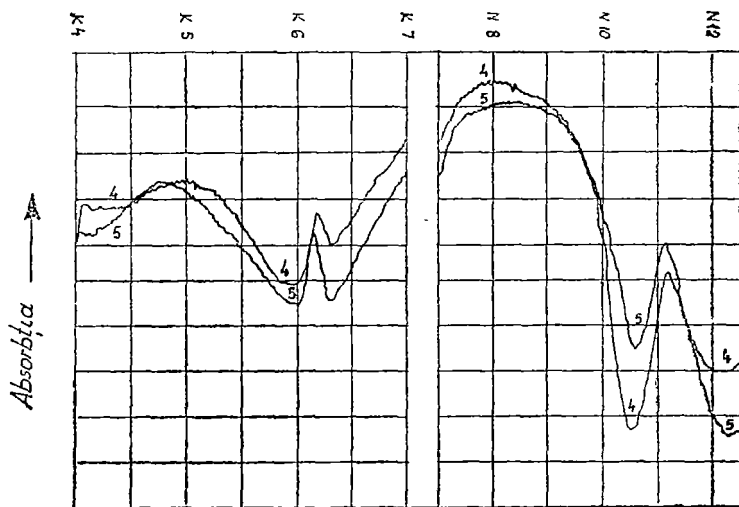


Fig. 4.

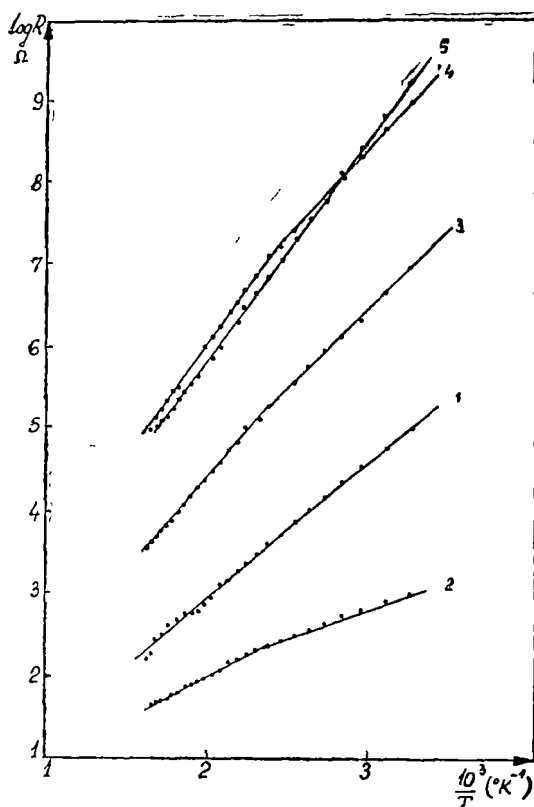


Fig. 5.

Din examinarea fig. 5 se constată că odată cu scăderea conținutului de  $V_2O_5$  și creșterea  $As_2O_3$ , crește și rezistența probelor; acest fapt confirmă rolul determinant al  $V_2O_5$  în conducerea curentului electric.

După cum se constată din fig. 5, rezistențele probelor prezintă o dependență exponențială caracteristică semiconductorilor.

De asemenea se constată că rezistența probelor 2, 3 și 4 prezintă o schimbare a pantei în jurul temperaturii de  $160^\circ C$ .

În tabelul 2 redăm energiile de activare a conductibilității electrice. Pentru probele 2, 3 și 4 calculul energiei de activare a conductibilității electrice s-a făcut pentru ambele pante.

Tabel 2

Energia de activare a probelor $\Delta E$ (eV)					
Nr. prob.	1	2	3	4	5
temp ( $^\circ C$ )					
20–160		1,15	0,39	0,44	
160–340	0,33	0,20	0,45	0,56	0,54

impune existența legăturilor covalente atât în starea solidă cât și în cea lichidă. Acest lucru explică lipsa absorbției de oxigen la topire, observată efectuând analiza termogravimetrică a sticlelor studiate.

Din analiza curbei termodiferențiale (DTA) se constată că trecerea din starea solidă în cea lichidă duce la un efect termic aplatizat în comparație cu cel caracteristic topirii corpurilor cristaline. Acest fapt demonstrează încă odată că trecerea din starea solidă în cea lichidă nu duce la schimbări de structură, deci sistemul studiat se comportă ca o sticlă.

5. *Studiul rezistenței electrice.* Probele folosite pentru măsurarea rezistenței electrice au fost obținute din topituri, sub formă de perle de dimensiuni aproximativ egale. Ca electrozi s-au folosit două fire de argint. Rezistența probelor s-a măsurat cu un megometru Tesla BM 283, iar temperatura cu un termocuplu Pt–PtRh și un potențiomteru.

În fig. 5 este redată dependența rezistenței  $R$  în funcție de inversul temperaturii  $T$ . Cifrele prin care sînt notate dreptele corespund numerelor probelor indicate în tabelul 1

Existența a două pante la probele 2, 3 și 4 (fig. 5) în jurul temperaturii de  $160^\circ C$ , indică schimbarea mecanismului de conductibilitate. Natura acestei schimbări nu poate fi explicată folosind numai măsurătorile de rezistență electrică

Calculul constantei  $B$  și a coeficientului de temperatură  $\alpha$  [15],



Tabel 3

Constantele B și  $\alpha$  a probelor

Nr probelor	T(°K)	B(°K)	$\alpha$ (%/°K)	Domeniul de temperatură (°C)
1	293	3838	-4,47	20-340
2	293	1745	-2,03	20-160
3	293	2326	-2,71	160-340
		4536	-5,28	20-160
4	293	5234	-6,10	160-340
		5118	-5,96	20-160
5	293	6513	-7,59	160-340
		6281	-7,32	20-340

ale căror rezultate sînt redată în tabelul 3, indică valori dintre cele mai mari întîlnite în literatură.

Sticlele acestea pot fi utilizate ca termistori foarte sensibili.

În fig. 6 redăm spre exemplificare caracteristicile voltamperice corespunzătoare probei 2, la temperaturile de 25°C și 100°C.

Din examinarea fig. 5 și fig 6, rezultă că probele din sistemul studiat pot fi folosite ca termistor-termometru pînă la cel puțin 340°C, iar ca termistor-releu sub 100°C

**Concluzii.** Rezultatele obținute permit să tragem concluzia că sistemul  $V_2O_5-As_2O_3-PbO$  este o sticlă semiconductoare pe bază de  $V_2O_5$  unde  $As_2O_3$  joacă rolul formatorului de sticlă.

Din studiul spectrelor de absorbție IR se poate trage concluzia că între componenți există interacțiuni chimice puternice. Forma spectrelor studiate, spre deosebire de cea a componentilor, denotă formarea fazei sticloase.

Prin analiza termogravimetrică (TG) și termodiferențială (DTA) nu s-a pus în evidență absorbție de oxigen la topire, cunoscută la sisteme cristaline care conțin  $V^{4+}$ , iar efectul termic este aplatizat, deosebindu-se de cel ce apare în cazul

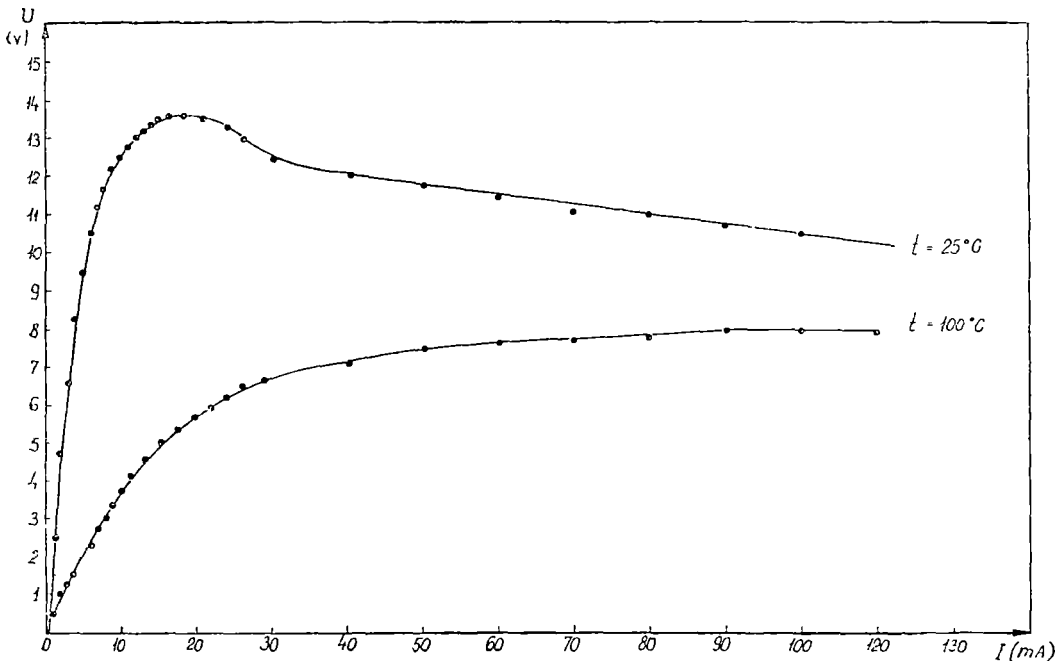


Fig 6.

topirii corpurilor cristaline. Atît lipsa absorbției de oxigen cît și apariția efectului termic aplatizat arată că avem de-a face cu o sticlă, fiindcă în cazul acestora nu apar deosebiri esențiale la trecerea din faza solidă în cea lichidă.

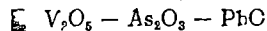
Variația rezistenței electrice cu temperatura este specifică semiconductorilor. Probele 2, 3 și 4 prezintă o schimbare a energiei de activare a conductibilității electrice începînd cu temperatura de 160°C, care probabil se datorește schimbării mecanismului de conductibilitate. Calculul constantei B și a coeficientului  $\alpha$  indică valori din cele mai mari întîlnite în literatură, de unde putem spune că aceste sticle au proprietăți termistorice remarcabile.

(Intrai în redacție la 26 august 1970)

#### BIBLIOGRAFIE

- 1 Baynton, P. L., Rawson, H. și Stanworth, J. E., „Nature”, **103**, 910, 1956.
- 2 Grecianic, L. A., Petrovich, N. V. și Karpecenco, V. G., F.T.T., **2**, 2131, 1960.
- 3 Baltă, P. și Valea, V., „Bul. Inst. Politehn. București”, **25**, 55, 1963.
- 4 Allersma, T., și Mackenzie, J. D., „J. Chem. Phys.”, **47**, 1406, 1967.
- 5 Baltă, P., „Rev. Roumaine Chim.”, **12**, 83, 1967.
- 6 Schmit, A. P., „J. Appl. Phys.”, **39**, 3141, 1968.
- 7 Mott, N. F., „J. Non-Cryst. Solids”, **1**, 1, 1968.
- 8 Stănescu, L., Gocan, S., Ardelean, I. și Man, Șt., „Studia Univ. Babeș-Bolyai, Math-Phys”, **2**, 81, 1969.
- 9 Gocan, S., Stănescu, L., Ardelean, I. și Man, Șt., „Studia Univ. Babeș-Bolyai, Chem” **1**, 43, 1970.
- 10 Ioffe, V. A., Patrîna, I. B. și Poberovskaia, I. S., F.T.T., **2**, 656, 1960.
- 11 Bogomolova, L. D., Lazukin, V. N. și Patrovich, N. V., „Dokl. Acad. Nauk SSSR” **177**, 310, 1967.
- 12 Barraclough, O. G., Lewis, J. și Nyholm, R. S., „J. Chem. Soc.”, 3552, 1959.
- 13 Stănescu, L. și Ardelean, I., „Studia Univ. Babeș-Bolyai, Math-Phys.”, **1**, 101, 1969.
- 14 Goriunova, N. A., și Kolomiets, B. T., JTF, **28**, 1922, 1958.
- 15 Beker, J. A., Green, C. B. și Pearson, G. L., „Usp. Fiz. Nauk”, **45**, 229, 1951.

#### ИЗУЧЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И СТРУКТУРНЫХ СВОЙСТВ СИСТЕМЫ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ СТЕКОЛ



(Резюме)

Авторы изучали образование и некоторые структурные и электрические данные трехфазной системы  $V_2O_5 - As_2O_3 - PbO$ , произведя термический анализ (сд термическим микроскопом, термгравиметрический и термодифференциальный анализ), спектры в ИК области, изменение электрического сопротивления в зависимости от температуры, а также ее температурную характеристику.

Анализ результатов указывает, что изучаемая система является полупроводниковым стеклом с образвателем стекла  $As_2O_3$ , обладая выдающимися термисторными свойствами.

10  
12

#### ETUDE DES PROPRIÉTÉS ÉLECTRIQUES ET STRUCTURALES DU SYSTÈME DE VITRES SEMI-CONDUCTEURS $V_2O_5 - As_2O_3 - PbO$

(Résumé)

Les auteurs ont étudié la formation ainsi que certaines données structurales et électriques du système ternaire  $V_2O_5 - As_2O_3 - PbO$ , en effectuant l'analyse thermique (au microscope thermique, thermogravimétrique et thermodifférentielle), les spectres IR, la variation de la résistance électrique en fonction de la température ainsi que la caractéristique volt-ampérique.

De l'analyse des résultats il ressort que le système étudié est un verre semi-conducteur à formateur de verre  $As_2O_3$ , possédant des propriétés thermistoriques bien marquées.

# CONSIDERAȚII PRIVIND ECUAȚIILE DUBLELOR CORELĂRI ALE VITEZEI ȘI CÎMPULUI MAGNETIC ÎNTR-UN FLUID CONDUCTOR TURBULENT IZOTROP

STELIANA CODREANU

**1. Introducere.** Sistemul de ecuații care descrie statistic fenomenul turbulenței magnetohidrodinamice, obținut din ecuațiile fundamentale ale magneto-hidrodinamicii, nu este un sistem închis, numărul ecuațiilor fiind mai mic decât cel al funcțiilor necunoscute (corelări de diferite ordine).

Ecuațiile pentru corelările duble și triple ale vitezei și cîmpului magnetic au fost obținute pentru prima dată de către S. Chandrasekhar [1], într-o formă analogă ecuației lui Kármán-Howarth [2] din turbulența hidrodinamică. Utilizînd ipoteza cuasinormalității elaborată de M. D. Millionșcikov [3], S. Chandrasekhar [4] a dedus ecuațiile pentru scalarii tensorilor de corelare de rang doi ai cîmpului de viteze și ai cîmpului magnetic. Aceste ecuații sînt o primă aproximație a unor ecuații mai exacte obținute de L. L. Lee [5]. În ecuațiile obținute de S. Chandrasekhar, însă, se neglijează peste tot termenul care se referă la forțele exterioare întîmpătoare. Necesitatea de a se ține seama de prezența acestor forțe rezultă din lucrările lui H. W. Wylid [6] A. S. Monin și A. M. Jaglom [7] în cazul turbulenței hidrodinamice. Considerînd prezența forțelor exterioare, M. N. Repnikov [8] și B. I. Smirnov [9] au obținut ecuații noi pentru funcțiile de corelare ale vitezei în turbulența hidrodinamică.

În cele ce urmează ne propunem o generalizare a lucrărilor [8, 9] la cazul turbulenței magnetohidrodinamicii, adică să obținem ecuațiile pentru corelările duble spațio-temporale ale vitezei și ale cîmpului magnetic considerînd prezența forțelor exterioare.

**2. Tensori de corelare fundamentali.** Considerăm fluidul conductor incompresibil în mișcare turbulentă omogenă și izotropă.

Introducem următorii tensori de corelare fundamentali:

$$\begin{aligned}
 Q_{ij} &= \langle u_i(\vec{r}', t') u_j(\vec{r}'', t'') \rangle = \langle u'_i u''_j \rangle \\
 H_{ij} &= \langle h_i(\vec{r}', t') h_j(\vec{r}'', t'') \rangle = \langle h'_i h''_j \rangle \\
 G_{ij} &= \langle f'_i u''_j \rangle \\
 T_{ij,k} &= \langle u_i(\vec{r}', t') u_j(\vec{r}'', t'') u_k(\vec{r}''', t''') \rangle = \langle u'_i u''_j u'''_k \rangle \\
 S_{ij,k} &= \langle h'_i h''_j u'''_k \rangle \\
 F_{ij,k} &= \langle (h'_i u''_j - u'_j h''_i) h'''_k \rangle
 \end{aligned} \tag{1}$$

în care  $u_i$  sînt componentele vitezei

$h_i$  — componentele cîmpului magnetic  $\vec{H}$  împărțite cu  $(4\pi\rho/\mu)^{1/2}$   
 $\rho$  — densitatea,  $\mu$  — coeficientul de permeabilitate magnetică  
 $f_i$  — componentele forței exterioare pe unitatea de masă,

$\vec{r}', \vec{r}''$  sînt razele vectoriale a două puncte din spațiu,

$t', t''$  sînt două momente de timp, iar medierea se face pe ansamblul statistic.

Tensorii  $Q_{ij}$  și  $H_{ij}$  sînt tensori de rangul doi simetrici și solenoidali în raport cu cei doi indici. Ei pot fi puși sub forma următoare [1, 10]:

$$Q_{ij} = \frac{Q'}{r} \xi_i \xi_j - (rQ' + 2Q) \delta_{ij} \quad (2)$$

$$H_{ij} = \frac{H'}{r} \xi_i \xi_j - (rH' + 2H) \delta_{ij} \quad (3)$$

unde:  $\xi_i = r_i'' - r_i'$ ,  $r = |\xi|$ ,  $Q = Q(r, t', t'')$ ,  $H = H(r, t', t'')$  sînt scalari, iar indiciile de sus al scalarilor, aici și în cele ce urmează, indică operația de derivare în raport cu  $r$ .

Presupunînd vectorul  $f$  solenoidal, tensorul  $G_{ij}$  poate fi scris și el sub o formă analoagă tensorilor  $Q_{ij}$  și  $H_{ij}$ , astfel:

$$G_{ij} = \frac{G'}{r} \xi_i \xi_j - (rG' + 2G) \delta_{ij} \quad (4)$$

în care  $G = G(r, t', t'')$  este scalar.

Tensorii  $T_{ij,k}$  și  $S_{ij,k}$  sînt tensori de rangul trei simetrici în raport cu primii doi indici și solenoidali în raport cu ultimul indice. Ei au forma [1, 10].

$$T_{ij,k} = \frac{2}{r} T' \xi_i \xi_j \xi_k - (rT' + 3T) (\xi_i \delta_{jk} + \xi_j \delta_{ik}) + 2T \xi_k \delta_{ij} \quad (5)$$

$$S_{ij,k} = \frac{2}{r} S' \xi_i \xi_j \xi_k - (rS' + 3S) (\xi_i \delta_{jk} + \xi_j \delta_{ik}) + 2S \xi_k \delta_{ij} \quad (6)$$

în care  $T$  și  $S$  sînt scalari.

Tensorul  $F_{ij,k}$  este un tensor de rangul trei antisimetric în raport cu indicii  $i$  și  $j$  și solenoidal în raport cu  $k$ . El are următoarea formă:

$$F_{ij,k} = F(\xi_i \delta_{jk} - \xi_j \delta_{ik}) \quad (7)$$

unde  $F$  este scalar.

**3. Ecuatiile corelărilor duble spațio-temporale ale vitezei și cîmpului magnetic.** Ecuatiile de mișcare ale fluidului conductor incompresibil în cîmp magnetic sînt:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (u_i u_k - h_i h_k) = \nu \Delta u_i - \frac{\partial \omega}{\partial x_i} + f \quad (8)$$

$$\frac{\partial h_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (h_i u_k - u_i h_k) = \lambda \Delta h_i \quad (9)$$

în care:  $\omega = \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} h^2$ ,  $p$  — presiunea,

$\nu$  — coeficientul de vîscozitate cinematic,

$\lambda = \frac{1}{4\pi\mu\sigma}$  — coeficientul de vîscozitate magnetic

$\sigma$  — conductivitatea electrică.

Ecuatiilor de mișcare (8, 9) li se adaugă următoarele condiții.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad \frac{\partial h_i}{\partial x_i} = 0, \quad \frac{\partial f_i}{\partial x_i} = 0. \quad (10)$$

Scriem ecuația (8) în punctul  $(\vec{r}', t')$ :

$$\frac{\partial u'_i}{\partial t'} + \frac{\partial u'_i u'_k}{\partial x'_k} - \frac{\partial h'_i h'_k}{\partial x'_k} = \nu \Delta u'_i - \frac{\partial \omega'}{\partial x'} + f'_i.$$

Înmulțim această ecuație cu  $u'_j$  și efectuăm operația de mediere Ținînd cont de faptul că după mediere  $\frac{\partial}{\partial x'_k} = -\frac{\partial}{\partial \xi_k}$ ;  $\Delta = \Delta_\xi = \frac{\partial^2}{\partial \xi_i \partial \xi_i}$  și  $\langle \omega' u'' \rangle = 0$  deoarece nu există vector solenoidal izotrop diferit de zero, obținem:

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial \xi_k} T_{ik,j} + \frac{\partial}{\partial \xi_k} S_{ik,j} = \nu \Delta_\xi Q_{ij} + G_{ij}$$

sau

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial t'} - \nu \Delta_\xi Q_{ij} = \frac{\partial}{\partial \xi_k} (T_{ik,j} - S_{ik,j}) + G_{ij}. \quad (11)$$

Folosind un procedeu analog celui utilizat de S Chandrasekhar [4] obținem, plecînd de la ecuația (11), ecuația corespunzătoare pentru scalarii tensorilor respectivi, sub forma

$$\left( \frac{\partial}{\partial t'} - \nu D_5 \right) Q = \left( r \frac{\partial}{\partial r} + 5 \right) (T - S) + G \quad (12)$$

în care  $D_n = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{n-1}{r} \frac{\partial}{\partial r}$  este laplace-ianul în spațiul  $n$  dimensional în cazul simetriei sferice.

Scriind ecuația (8) în punctul  $(\vec{r}'', t'')$ , înmulțind-o cu  $u''_j$  și medind, obținem

$$\left( \frac{\partial}{\partial t''} - \nu D_5 \right) Q^* = \left( r \frac{\partial}{\partial r} + 5 \right) (T^* - S^*) + G^* \quad (13)$$

în care  $Q^*$ ,  $T^*$ ,  $S^*$ ,  $G^*$  sînt scalarii tensorilor  $Q''_j$ ,  $T''_{ik,j}$  etc. obținuți prin schimbarea reciprocă a timpilor în expresiile tensorilor (1). Din ecuațiile (12) și (13) ținînd cont de faptul că  $Q^* = Q$ , obținem

$$\left( \frac{\partial}{\partial t'} + \frac{\partial}{\partial t''} \right) Q - 2\nu D_5 Q = \left( r \frac{\partial}{\partial r} + 5 \right) [(T - S) + (T^* - S^*)] + G + G^* \quad (14)$$

care este generalizarea la cazul magnetohidrodinamic a ecuației Kármán—Howarth, precum și

$$\begin{aligned} \left(r \frac{\partial}{\partial r} + 5\right) \left[ \left( \frac{\partial}{\partial r'} - \nu D_5 \right) (T - S) - \left( \frac{\partial}{\partial r'} - \nu D_5 \right) (T^* - S^*) \right] = \\ = \left( \frac{\partial}{\partial r'} - \nu D_5 \right) G^* - \left( \frac{\partial}{\partial r'} - \nu D_5 \right) G \end{aligned} \quad (15)$$

ecuație analogă celei obținute de Smirnov [9] în cazul turbulenței hidrodinamice.

Considerăm acum ecuația (9) în punctul  $(\vec{r}', t')$ :

$$\frac{\partial h'_i}{\partial t'} + \frac{\partial}{\partial x'_k} (h'_i u'_k - u'_k h'_i) = \lambda \Delta h'_i \quad (16)$$

Înmulțind această ecuație cu  $h'_j$  și mediind, obținem:

$$\left( \frac{\partial}{\partial t'} - \lambda \Delta_\xi \right) H_{ij} = \frac{\partial}{\partial \xi_k} F_{ijk}. \quad (17)$$

Ținând cont de faptul că

$$\frac{\partial}{\partial \xi_k} F_{ijk} = \frac{F'}{r} \xi_i \xi_j - (rF' + 2F) \delta_{ij}$$

este un tensor de rangul doi, simetric și solenoidal în raport cu cei doi indici, putem scrie ecuația scalară corespunzătoare ecuației (17) astfel:

$$\left( \frac{\partial}{\partial t'} - \lambda D_5 \right) H = F. \quad (18)$$

Ecuația pentru scalarii  $H^*$  și  $F^*$  se obține printr-un procedeu analog sub forma:

$$\left( \frac{\partial}{\partial t''} - \lambda D_5 \right) H^* = F^*. \quad (19)$$

Din ecuațiile (18) și (19) obținem:

$$\left( \frac{\partial}{\partial t'} + \frac{\partial}{\partial t''} \right) H - 2\lambda D_5 H = F + F^*. \quad (20)$$

De asemenea, ținând cont de faptul că  $H^* = H$  obținem

$$\left( \frac{\partial}{\partial t''} - \lambda D_5 \right) F - \left( \frac{\partial}{\partial t'} - \lambda D_5 \right) F^* = 0 \quad (21)$$

o ecuație care conține numai corelări de ordinul trei.

**4. Concluzii.** În prezenta lucrare am obținut ecuațiile pentru corelările de rang doi ale vitezei și cîmpului magnetic sub forma ecuațiilor (14) și (20). Aceste ecuații mai conțin însă ca necunoscute și corelări de rangul trei, astfel că pentru ca sistemul lor să poată fi închis este necesară o ipoteză suplimentară. Autorul intenționează să rezolve această problemă utilizînd ipoteza de cuasinormalitate enunțată de Milionșikov.

(Intrat în redacție la 14 iulie 1970)

## BIBLIOGRAFIE

- 1 Chandrasekhar, S, „Proc Roy Soc London”, 204A, 435, 1951.
- 2 Kármán, Th, Howarth L, „Proc. Roy Soc. London” 164, 192, 1938
- 3 Millionščikov, M D, „Dokl AN SSSR”, 32, 9, 615, 1941.
- 4 Chandrasekhar, S, „Proc Roy Soc London” 233A, 322, 1955.
- 5 Lee, L L, „Annals of Physics (NY)” 32, 292, 1965.
- 6 Wyld, H W, „Annals of Physics (N. Y)” 14, 143, 1961
- 7 Monin, A S, Iağlom, A. M, *Statisticeskaya gidromehamka*, ciast 2, M, Izd. Nauka, 1967.
- 8 Reprnikov, M N, Pr MM, 31, 2, 1967.
9. Smirnov, V I, „Izv AN SSSR Mehanika űdk i gaza,” 12, 101, 1970.
- 10 Robertson, H, „Proc Camb Phil Soc”, 36, 209, 1940.

ОБ УРАВНЕНИЯХ ДВОЙНЫХ КОРРЕЛЯЦИЙ СКОРОСТИ И МАГНИТНОГО ПОЛЯ  
В ИЗОТРОПНОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ ПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ

(Резюме)

В статье приводится система уравнений для корреляционных функций второго порядка скорости и магнитного поля. Эти уравнения являются магнитогиродинамическим обобщением полученного В. И. Смирновым уравнения в случае гидродинамической турбулентности.

ON DOUBLE CORRELATION EQUATIONS OF THE MAGNETIC FIELD AND VELOCITY IN  
AN ISOTROPIC CONDUCTING TURBULENT FLOW

(Summary)

The paper presents a set of equations governing the second order correlation functions for the velocity and magnetic field. These equations are a hydromagnetic generalization of Smirnov's equation from hydrodynamic turbulence.





## THE LEPTONIC DECAYS OF MESONS

ION SILIȘTEANU

In the Fermi desintegrations, mesons have a fundamental role: they dominate the axial-vector currents. In these processes the theorems of low energies and the laws of conservation must be correlated with the mass of the soft-pions. With this idea we find, in a particular manner and more simply the results given by I w a s a k i, S u z u k i and S u g a w a r a [1], [2], [3] with the currents algebra and in the quark-model.

I. *The symmetry of weak interactions of mesons.* The theory of the symmetry holds a central place in the physics of elementary particles. Studies of phenomenology stress upon a certain natural order. This order is the basis of all symmetries. Thus in diagram ( $Mc^2, Q$ ) we can notice the approximate order of barions and mesons in octets and of the barionic resonances in a decuplet.

To represent the mesonic octet we use the following notations:

$$M = \begin{pmatrix} \pi^0/\sqrt{2} + \eta/\sqrt{6} & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & -\pi^0/\sqrt{2} + \eta/\sqrt{6} & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & -\sqrt{\frac{2}{3}}\eta \end{pmatrix}.$$

For weak hadronic currents we use the matriceal notation  $j_a^b$ ,  $a, b = \bar{1}, \bar{3}$  With the help of these we can form the invariant combination:

$$DTr\{\bar{M}\{M, J\}\} - FTr\{\bar{M}[M, J]\} \quad (1)$$

where  $D$  and  $F$  are constant

After transformations the invariant combination becomes.

$$DTr\{\{\bar{M}, M\}J\} - FTr\{[\bar{M}, M]J\} \quad (2)$$

The matrix-element for leptonic desintegration  $\langle M_i^b | j_a^b | M_i^b \rangle$  is read from coefficients  $j_a^b$  of the invariant combination:

$$\langle \pi^0 | \pi^+ \rangle = \bar{M}(\pi^+, \pi^0) = \sqrt{2}F \quad (3)$$

$$\langle \pi^0 | K^+ \rangle = M(K^+, \pi^0) = 1/\sqrt{2} \cdot (-D + F) \quad (4)$$

$$\langle \bar{K}^0 | \bar{K}^0 \rangle = \langle K^- | K^- \rangle = D + F \quad (5)$$

Eliminating  $F$  and  $D$  from the expressions of the elements of matrixe we get:

$$M(\pi^+, K^+) + M(K^0, K^+) = \sqrt{6}M(\eta, \pi^-) \quad (6)$$

$$M(\pi^-, \eta) + \sqrt{3}M(\pi^0, \pi^-) = M(\eta, K^+) \quad (7)$$

$$\sqrt{2}M(K^0, \pi^-) + \sqrt{2}M(K^+, \pi^+) = M(\bar{K}^0, \pi^0) + M(K^0, \pi^0)$$

II. *Axial-vector currents of weak interactions.* The strong interaction affects to a great extent the axial coupling constant. This cannot be the case of the universality of the axial interaction, nor of the strict conservation of the axial current. The pseudoscalar coupling constant  $g_P$  numerically determines the axial coupling constant  $g_A$  [4]:

$$\frac{g_P}{g_A} = \frac{1}{2\pi} \frac{K_{\pi NN}(0)}{4\pi} \cdot \frac{M_N}{m_\pi^2 + M_\pi^2} \quad (8)$$

where  $K_{\pi NN}(0)$  is the strong-vertex coupling constant. A possible diagramm for pseudoscalar induction take the form 1. Therefore to the axial current the pseudoscalar contribution must be added:

$$A_\mu = i \bar{u}(p) \gamma_\mu \gamma_5 u(n) + 2 \frac{M_N}{q^2} \bar{u}(p) \gamma_5 u(n) q_\mu \quad (9)$$

where  $q_\mu = p'_\mu - p_\mu = p'_\mu - p_\mu$ .

Multiplying.

$$\begin{aligned} q_\mu A_\mu &= i \bar{u}(p) \gamma_\mu \gamma_5 u(n) (p - p') + 2 \frac{M_N}{q^2} \bar{u}(p) \gamma_5 u(n) (p - p')^2 \\ &= \bar{u}(p) (\not{v} \gamma_\mu p' + M_N) \gamma_5 u(n) - \bar{u}(p) \gamma_5 (\not{v} \gamma_\mu p' - M_N) u(n) = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

This axial current is conserved only if  $q_\mu A_\mu = 0$ . We note that  $1/q^2$  is a propagator with pole  $q^2 = 0$ . But we do not know states of intermediar particles with zero mass, yet we have states like  $-q^2 = M_\pi^2$ . The extent to which we consider the mass of pion tending towards zero one may consider the axial current conserved (supposition C.P.A.C.).

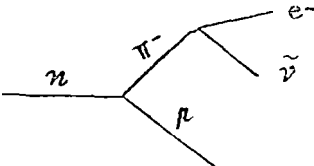


Fig. 1.

III. *The domination of the pionic pole.* If a scalar field is induced by an axial current then [5], [6]:

$$\partial_\mu J_\mu^A = C \Phi_\pi \quad (11)$$

where  $C$  is a constant,  $\Phi_\pi$  is the renormated pionic field. Usually the normalization condition chosen is :

$$(2q_0)^{1/2} \langle \pi^+ | \Phi_{\pi^+} | 0 \rangle = 1 \tag{12}$$

The matrice element among nucleonic states is :

$$\begin{aligned} \langle N | J_\mu^A | N \rangle &= \left( \frac{M_N \cdot M_N}{p_0 \cdot n_0} \right)^{1/2} \bar{u}(p) \{ g_A(q^2) \gamma_\mu \gamma_5 - \\ &- H_A(q^2) \sigma_{\mu\beta} q_\beta \gamma_5 - F_A(q^2) q_\mu \gamma_5 \} \tau^+ u(n) \end{aligned} \tag{13}$$

$H_A(q^2)$ ,  $F_A(q^2)$  are formfactors,  $p$  and  $n$  are impulses of nucleons. Putting in (13)  $q^2 = 0$  we obtain :

$$\langle N | \partial_\mu J_\mu^A | N \rangle = 2M_N g_A(0) \left( \frac{M_N \cdot M_N}{p_0 \cdot n_0} \right)^{1/2} \bar{u}(p) \gamma_5 \tau^+ u(n) \tag{14}$$

In the second element of the expression (11) we have :

$$\begin{aligned} \langle N | C \Phi_\pi | N \rangle &= \frac{C}{q^2 + M_\pi^2} \langle N | (-\square + M_\pi^2) \Phi_\pi | N \rangle = \frac{C \langle N | J_\mu^A | N \rangle}{q^2 + M_\pi^2} = \\ &= \frac{C}{q^2 + M_\pi^2} i g_r(0) \sqrt{2} \left( \frac{M_N}{p_0} \cdot \frac{M_N}{n_0} \right)^{1/2} \bar{u}(p) \gamma_5 \tau^+ u(n) \end{aligned} \tag{15}$$

if we pay attention to the isospin structure of current :  $g_r^2(0)/4\pi = 14,6$  is the constant of the strong interaction. From the expressions (11) and (12) on obtain :

$$C = -i \sqrt{2} M_N M_\pi^2 g_A(0) / g(0) \tag{16}$$

$$(2q_0)^{1/2} \langle \pi^+ | \partial_\mu J_\mu^A | 0 \rangle = -i \sqrt{2} M_N M_\pi^2 g(0) / g_r(0) \tag{17}$$

That is, the amplitude of transition is expressed by known constants.

IV. Transition amplitudes For mediate processes the superposition of inter-mediar amplitudes is linear. For the process  $B \rightarrow C + l^+ + \nu$  to which we have axial contribution the supposition above leads to the matrice element :

$$\langle C | \partial_\mu J_\mu^A | B \rangle = -i \sqrt{2} M_\pi^2 M_N \frac{g_A(0)}{g_r(0)} \frac{(2q_0)^{1/2}}{q^2 + M_\pi^2} A(\pi + B \rightarrow C) \tag{18}$$

$A$  is an amplitude of intermediary emission. In this pological version the propagator appeared :  $1/(q^2 + M_\pi^2)$ . After transformations the expressions (17) and (18) become :

$$(2q_0)^{1/2} \langle \pi^+ | \partial_\mu J_\mu^A | 0 \rangle = -i \sqrt{2} M_\pi^2 \frac{K_{\pi NN}(0)/2}{g_r(0) \cdot K_{\pi NN}(0)} \tag{19}$$

$$\langle C | \partial_\mu J_\mu^A | B \rangle = \frac{-i(2q_0)^{1/2} M_\pi^2}{2M_N g_A(0)} \cdot \frac{K_{\pi NN}(q^2)}{\sqrt{2}(q^2 + M_\pi^2)} A(\pi + B \rightarrow C) \tag{20}$$

In (20) the Goldberger — Treiman's equation we substitute  $1/M_\pi^2$

$$\langle C | \partial_\mu J_\mu^A | B \rangle = \frac{-i(2q_0)^{1/2} M_\pi^2}{g_r(0) \cdot K_{\pi NN}(0)} \cdot \frac{K_{\pi NN}(0) A(\pi + B \rightarrow C)}{2M_N g_A(0)} \cdot \frac{K_{\pi NN}(0) g_r(0)}{M_N g_A(0)} \quad (21)$$

We choose  $B = \pi^+$ ,  $C = \pi^0$ . From (3) we notice that we have an axial contribution equal with  $\sqrt{2}F$ . Using supposition P.C.A.C. we obtain:

$$\langle \pi^0 | \partial_\mu J_\mu^A | \pi^+ \rangle = \frac{-i\sqrt{2}(2q_0)^{1/2} M_\pi^2}{g_r(0) K_{\pi NN}(0)} \cdot \frac{K_{\pi NN}(0) A(\pi + B \rightarrow C)}{M_N g_A(0)} \cdot \frac{K_{\pi NN}(0) g_r(0)}{M_N g_A(0)} \quad (22)$$

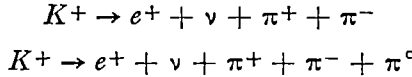
Comparing (19) and (20) we obtain:

$$M(\pi^+, 0) : M(\pi^+, \pi^0) = 1 : 2\alpha, \quad \alpha = \frac{K_{\pi NN}(0) g_r(0)}{2M_N g_A(0)} \quad (23)$$

In a similar way for  $B = K^+$ ,  $C = \pi^0$  we obtain:

$$M(K^+, 0) : M(K^+, \pi^0) = 1 : \alpha \quad (24)$$

Considering the reactions in which more pions appear:



with their, corresponding diagrams.

The processes previously calculated have more simple diagrams yet very similar. From all diagrams we deduce: if  $n$  is the number of the weak coupling out of a diagram, then the number pions that appear is  $(n - 1)$  and the order of the pole of the propagator is  $(n - 1)$ . For the desintegration of the pion  $K^+$  the amplitude is multiplied by  $1/\alpha^{n-1}$  against  $M(K\pi^+, 0)$ .

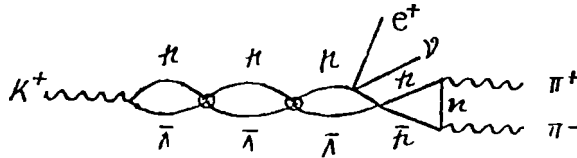


Fig. 2

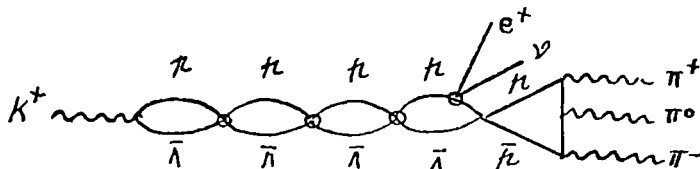


Fig. 3

Consequently :

$$M(K^+, e^+\nu) \cdot M(K^+, e^+\nu\pi^0) \cdot M(K^+, e^+\nu\pi^-\pi^+) : M(K^+, e^+\nu\pi^-\pi^+\pi^0) = 1 \cdot \alpha \cdot \alpha^2 : \alpha^3 \quad (25)$$

The results coincide wholly with those given by Iwasaki [1].

*Conclusions:* In relations with the participation of hadrons the laws of conservation imply new relations between the amplitude of desintegration and the mass of the soft-pion. These considerations can also be applied to desintegrations.

$$\Lambda \rightarrow p + \pi, \Xi^0 \rightarrow \Lambda + \pi, \Omega^- \rightarrow \Xi^0 + \pi^-$$

The results are sufficient to make clear :

$$F > D$$

$$F = \sqrt{2}\alpha = \frac{K_{\pi NN(0)}g_r(0)}{\sqrt{2}g_A(0)M_N}.$$

In the chosen polological version the calculations become considerably simplified.

(Received September 19, 1970)

#### REFERENCES

1. Iwasaki, I, „Nuovo Cimento”, **42**, 198 (1966)
2. Suzuki, M, „Phys Rev Lett”, **15**, 980 (1965)
3. Sugawara, M, „Phys Rev Lett”, **15**, 890 (1965).
4. Fujii, A, „Nuovo Cimento”, **12**, 327 (1959)
5. Gell-Mann, M, Lévy, M, „Nuovo Cimento”, **16**, 705 (1960).
6. Moffat, J W, Preprint *Sum Rules, High Energy Theorems and Singular Comutators in the Algebra of Currents*, Toronto, Istanbul, 1966.
7. Nambu, Y, Lurie, D, „Phys Rev”, **125**, 1429 (1962)
8. Adler, S, Dashen, R, *Current Algebras and Applications to Particle Physics*, New York-Amsterdam, 1968

#### DEZINTEGRAREA LEPTONICĂ A MEZONILOR

(Rezumat)

În dezintegrările Fermi mezonu joacă un rol fundamental ei domină curenții axial-vectori. În aceste procese teoremele energilor joase și legile de conservare trebuie să fie corelate cu masa soft-pionilor. Urmind această idee, în lucrare se ajunge pe o cale mai simplă la unele rezultate date de Iwasaki, Suzuki și Sugawara.

#### ЛЕПТОНОВОЕ РАСЩЕПЛЕНИЕ МЕЗОНОВ

(Резюме)

В расщеплениях Ферми мезоны играют основную роль — они доминируют аксиально-векторные токи. В этих процессах теоремы низких энергий и законы сохранения должны быть соотнесены с массой soft-пионов. Придерживаясь этой мысли, автор получает более простым путем некоторые результаты, данные Ивасаки, Сузуки и Сугавара.



## ÜBER DIE MASSE DES MYONEN-NEUTRINOS

ZOLTÁN GÁBOS und BRUTUS DEMȘOREANU

Die Hypothese der von Null verschiedenen Ruhemasse des Myonen-Neutrinos führte zur Idee der Vervollständigung des Leptonenstromes der Teilchen  $\mu^-$  und  $\tilde{\nu}_\mu$  mit einem zusätzlichen Term, der einen reellen Parameter  $a$  enthält [2], [4].

$$j_\mu^{(l)} = \bar{u} [(1 - \gamma_5) + a(1 + \gamma_5)] \gamma_\mu v \quad (1)$$

( $u, v$  bezeichnen die Bispinoren des Myons bzw. des Myonen-Neutrinos).

R. Friedberg [4] studierte die Möglichkeit der Bestimmung von  $m_\nu$  und  $a$  durch Messungen von Streuungsquerschnitten. In dieser Arbeit wird die Möglichkeit untersucht, diese Größen durch Messungen der longitudinalen Polarisation des Myons, welches während des Zerfalles

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \tilde{\nu}_\mu \quad (2)$$

entsteht, zu bestimmen.

1°. Die Übergangsamplitude des Zerfalles (2) hat folgende allgemeine Form

$$M_{i \rightarrow f} = g P_\mu j_\mu^{(l)} \quad (3)$$

( $g$  — Kopplungskonstante,  $P_\mu$  — Viererimpuls des Pions). Mit  $q_\mu$  und  $p_\mu$  werden die Viererimpulse des Neutrinos bzw. des Myons bezeichnet. Da  $u$  und  $v$  Dirac-Bispinoren sind und des Erhaltungsgesetz

$$q_\mu = P_\mu - p_\mu \quad (4)$$

des Viererimpulses gilt, folgt aus Gl. (3)

$$\begin{aligned} M_{i \rightarrow f} \sim (m_\mu - am_\nu) \bar{u} (1 + \gamma_5) v + \\ + (am_\mu - m_\nu) \bar{u} (1 - \gamma_5) v \end{aligned} \quad (5)$$

( $\sim$  deutet Proportionalität an).

Unter Verwendung von Gl (5) erhalten wir folgenden Ausdruck für das Quadrat der Übergangsamplitude

$$\begin{aligned}
 |M_{i \rightarrow f}|^2 &\sim (m_\mu - am_\nu)^2 S\hat{p}[P^{(\mu)}(1 + \gamma_5)P^{(\nu)}(1 - \gamma_5)] + \\
 &+ (am_\mu - m_\nu)^2 S\hat{p}[P^{(\mu)}(1 - \gamma_5)P^{(\nu)}(1 + \gamma_5)] + \\
 &+ (m_\mu - am_\nu)(am_\mu - m_\nu)\{S\hat{p}[P^{(\mu)}(1 + \gamma_5)P^{(\nu)}(1 + \gamma_5)] + \\
 &+ S\hat{p}[P^{(\mu)}(1 - \gamma_5)P^{(\nu)}(1 - \gamma_5)]\}.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Die kovarianten Polarisationsmatrixen  $P^{(\mu)}$  und  $P^{(\nu)}$  sind folgendermassen definiert:

$$P_{\alpha\beta}^{(\mu)} = u(\alpha)\bar{u}(\beta), \quad P_{\alpha\beta}^{(\nu)} = v(\alpha)\bar{v}(\beta).$$

Wenn uns die Polarisation des Neutrinos nicht interessiert gilt

$$P^{(\nu)} \sim m_\nu + i\hat{q}, \quad \hat{q} = \gamma_\mu q_\mu. \tag{7}$$

Für das Myon haben wir

$$P^{(\mu)} \sim (m_\mu - i\hat{p})(1 - i\hat{s}\gamma_5) \tag{8}$$

Im folgenden werden wir den Zerfall aus der Sicht eines mit dem Pion verbundenen Koordinatensystems studieren. Die Oz Achse wahl man in Richtung des Myonen-Impulses. Somit haben wir für die Komponenten der Vierervektoren  $P$ ,  $\hat{p}$  und  $s$  [1].

$$P(0, 0, 0, im_\pi),$$

$$\hat{p}(0, 0, |\vec{\hat{p}}|, iE), \tag{9}$$

$$s\left(0, 0, \frac{E}{m_\mu} \xi_3, i\frac{|\vec{\hat{p}}|}{m_\mu} \xi_3\right),$$

mit

$$E = \frac{1}{2m_\pi} (m_\pi^2 + m_\mu^2 - m_\nu^2),$$

und

$$|\vec{\hat{p}}| = \frac{1}{2m_\pi} \sqrt{[(m_\pi + m_\mu)^2 - m_\nu^2][(m_\pi - m_\mu)^2 - m_\nu^2]}$$

Der Stokes-Parameter  $\xi_3$  ist ein Mass für die longitudinale Polarisation des Myons.

Mit Hinblick auf die Gln. (6), (7), (8) und (9) berechnet man aus Gl. (6):

$$\begin{aligned}
 |M_{i \rightarrow f}|^2 &\sim 2m_\mu(m_\mu^2 - m_\nu^2)[(1 + a^2)m_\mu - 2am_\nu] - \\
 &- (m_\pi^2 + m_\mu^2 - m_\nu^2)[(1 + a^2)(m_\mu^2 + m_\nu^2) - 4am_\mu m_\nu] - \\
 &- 2(1 - a^2)(m_\mu^2 - m_\nu^2)m_\pi |\vec{\hat{p}}| \xi_3.
 \end{aligned} \tag{10}$$



Aus der Gleichung (10) folgt für die longitudinale Polarisation des Myons :

$$P_l = \frac{(1 - a^2)A_1}{(1 + a^2)B_1 + aB_2} = 1 - \Phi \left( 1 + \frac{B_2}{2(A_1 + B_1)} \right)^2 \leq 1 \quad (11)$$

mit den Bezeichnungen

$$A_1 = (1 - \rho)^2 \sqrt{(A^2 - 1)^2 - 2(A^2 + 1)\rho^2 + \rho^4},$$

$$B_1 = A^2 - 1 + (A^2 + 2)\rho^2 - \rho^4, \quad B_2 = -4A^2\rho, \quad (12)$$

$$\Phi = \frac{A_1 + B_1}{(1 + a^2)B_1 + aB_2},$$

und

$$\rho = \frac{m_\nu}{m_\mu}, \quad A = \frac{m_\pi}{m_\mu}. \quad (13)$$

Da das Verhältnis der Massen, gegeben durch  $\rho$ , von der Grössenordnung  $10^{-2}$  ist, gilt in erster Näherung :

$$A_1^{(0)} = B_1^{(0)} = A^2 - 1, \quad B_2^{(0)} = 0,$$

also

$$P_l^{(2)} = \frac{1 - a^2}{1 + a^2}. \quad (14)$$

Wir haben  $P_l = 1$  für

$$a = \frac{A^2}{A^2 - 1} \rho. \quad (15)$$

2°. *Schlussfolgerungen.* Das Myonen-Neutrino kann im Falle einer verschwindenden Ruhemasse,  $m_\nu = 0$ , in einem einzigen Polarisationszustand existieren, während im Falle einer von Null verschiedenen Ruhemasse,  $m_\nu \neq 0$ , mehrere Polarisationszustände möglich sind, d.h. der Stokes-Vektor des Neutrinos kann eine beliebige Orientierung annehmen. Obwohl vom Standpunkt der Polarisation zwischen den beiden Fällen  $m_\nu = 0$  und  $m_\nu \neq 0$  es wesentliche Unterschiede gibt, kann man aus der Messung der longitudinalen Polarisation des Myonen-Neutrinos, aus dem Zerfall (2), keinen numerischen Wert für  $m_\nu$  angeben, wegen der schwachen Abhängigkeit der Polarisation  $P$  von der Masse  $m_\nu$ . (Die Abhängigkeit wird mit Hilfe des kleinen Parameters  $\rho$  verwirklicht.)

Aus Gl. (14) folgt, dass eine möglicherweise eintretende Abweichung der longitudinalen Polarisation vom Werte 1, nur dem Parameter  $a$  zuzuschreiben wäre. Zu erwähnen sind die Messungen von M. Bardon, P. Franzini und J. Lee [3] welche zu  $P_l \approx 0,9$  führten entsprechend  $a^2 \approx 0,05$ .

Gleichung (11) zeigt die Widerspruchslosigkeit zwischen der von Null verschiedenen Ruhemasse des Myonen-Neutrinos, und der Einführung des Parameters  $a$  in den Leptonenstrom.

Diese Schlussfolgerung ist im Einverständnis mit derjenigen von R. Friedberg, deren Ursprung in Messungen von Streuungsquerschnitten liegt [4].

## L I T E R A T U R

- 1 Tolhoek, H. A., „Revs Mod Phys”, **28**, 277, 1956
2. Case, K. M., „Phys. Rev”, **107**, 307, 1957.
3. Bardon, M., Franzini, P, Lee, J „Phys. Rev Letters”, **7**, 23, 1961.
- 4 Friedberg, R., „Phys Rev”, **129**, 2298, 1963
- 5 Källén, G, *Fizika elementarnih častič* (Übersetzung aus dem Englischen), Moskva, 1966, s 429—434.

## ASUPRA MASEI NEUTRINULUI MUONIC

(R e z u m a t)

Se studiază dezintegrarea (2). Presupunind că curentul leptonic al particulelor  $\mu^-$  și  $\tilde{\nu}_\mu$  este dat de expresia (1) se calculează polarizarea longitudinală  $P_l$  a muonului în funcție de  $m_\nu$  (masa neutrinoi muonice) și parametrul real  $a$  (utilizat de R. Friedberg). Se arată că dependența lui  $P_l$  de  $m_\nu$  este slabă, prin urmare determinarea experimentală a polarizării longitudinale ne oferă numai posibilitatea de a da valoarea lui  $a$

## О МАССЕ МЮОНОВОГО НЕЙТРИНО

(Р е з ю м е)

Изучается расщепление (2). Предполагая, что лептоновый ток частиц  $\mu$  и  $\tilde{\nu}_\mu$  даётся выражением (1), авторы вычисляют продольную поляризацию  $P_l$  мюона в зависимости от  $m_\nu$  (масса мюонового нейтрино) и от действительного параметра  $a$  (использованного Р. Фридбергом). Показывается, что зависимость  $P_l$  от  $m_\nu$  — слабая, следовательно экспериментальное определение продольной поляризации предоставляет лишь возможность дать значение  $a$

# ABOUT THE NUCLEON FORM FACTOR AT HIGH ENERGIES

H. M. RUCK

Recent calculations on the nucleon form factor fit very well the experimental data now available [1].

Although the model independent calculations in the framework of local quantum field theory remain of interest

A. M. Jaffe [2], was the first to show how to get information about the behaviour of the nucleon form factor at high energies, assuming only that:

(1) the nucleon field is of type  $S$ ,

(2) the momentum distribution of the nucleon field owns a mass-gap.

Our purpose in this note is to show that in the final stage of calculations, one may proceed in a different way than in [2], by the theorem of Phragmen-Lindelöf about regular functions.

The general definition of a form factor,  $G(t)$ , of elementary particles or composed systems, as light nucleus, is related to the notion of current of the elementary particles [3].

$$G^{i_1 \dots i_n}(t) = \langle p_2, \text{out} | J_{\mu_1 \dots \mu_n}(0) n_{\mu_1}^{i_1} \dots n_{\mu_n}^{i_n} | p_1, m \rangle \quad (1)$$

where  $t = (p_1 + p_2)^2 = p^2$  is the square of the momentum transfer,  $\tilde{J}_{\mu_1 \dots \mu_n}(q)$  is the Fourier transform of the particle tensor current, corresponding to spin  $s = \frac{n}{2}$ , and  $n_{\mu_j}^{i_j}$  ( $j = \overline{1, n}$ ,  $i = \overline{0, 3}$ ,  $\mu_j = \overline{1, 4}$ ) are the four orthonormal vectors of a reference tetrad ( $n_{\mu_i}^{(0)}$  collinear with  $q$ ).

In the topic of diagram-formalism the form factor is equal to the vertex-function.

For computing the lower limit of the nucleon form factor at high momentum transfer, we neglect the anisotropy of the form factor caused by the Dirac-particle character of the nucleon and start with a scalar form factor:

$$G(t) = \langle p_2, \text{out} | \tilde{J}(0) | p_1, m \rangle \quad (2)$$

By use of the reduction technique of Lehmann-Symanzik-Zimmermann Eq. (2) becomes

$$G(t) = \frac{1}{\sqrt{Z}} (m^2 - p_2^2) \frac{1}{\sqrt{2} p_2^0} \langle 0, \text{out} | [\tilde{\Phi}(p_2), \tilde{J}(0)] | p_1, m \rangle \quad (3)$$

with  $Z$ -renormalisation constant and  $\tilde{\Phi}(p)$ -nucleon-field in momentum space. The mean value of the commutator in Eq. (3) would be developed by means of the Jost-Lehmann-Dyson representation, where the point is to introduce a weight function  $g$ , defined in the local quantum field theory, to assure the convergence of the representation.

$$\begin{aligned} & \langle 0, \text{out} | [\Phi(p_2), J(0)] | p_1, \text{in} \rangle = \\ & = \text{const} \int d\vec{u} \int dk^2 g \frac{(\sqrt{p_2^0 - (\vec{p}_2 - \vec{u})^2})}{g(k)} \frac{\Phi_1(u_1, k^2) + p_2 \Phi_2(u_1, k^2)}{[p_2^2 - (\vec{p}_2 - \vec{u})^2 - k^2]_{\text{ret.}}} \quad (4) \\ & \quad |\vec{u}| < \frac{p_1^0}{2}, \quad k \geq \sqrt{\frac{p_1^0}{4} - \vec{u}^2} \end{aligned}$$

$\Phi_1, \Phi_2 \in S_1$  are the spectral density distributions of the J.L.D. representation. Choosing the constant in Eq. (4) equal with  $i\sqrt{Z} \sqrt{2p_2^0}$ , and considering the momentum variables to be complex we get the analytic continuation of the nucleon form factor:

$$\begin{aligned} G(t) &= (p^2 - m^2) \int d\vec{u} \int d\vec{k} g \frac{(\sqrt{p^0 - p_1^0 - (\vec{p} - \vec{p}_1 - \vec{u})^2})}{g(k)} \times \quad (5) \\ & \quad \times \frac{\Phi_1(u_1, k^2) + (p^0 - p_1^0) \Phi_2(u_1, k^2)}{[(p^0 - p_1^0)^2 - (\vec{p} - \vec{p}_1 - \vec{u})^2 - k^2]_{\text{ret.}}} \end{aligned}$$

In the complex  $t$ -plane, there is a cut-off on the real positive axis, which origins in the mass-gap from the second hypothesis. For  $G(t)$  is a retarded complex function, the non-holomorphy domain is a disc of finite radius, with the center in the origin of the  $t$ -plane. From the structure of Eq. (5), it follows that the analytical behaviour of  $G(t)$  in the domain of holomorphy is given by  $g(t)$ . At a minimum distance from the disc of non-holomorphy one may write

$$G(t) \geq Bg(|t|), \quad B > 0, \quad |t| \gg 1. \quad (6)$$

The weight function  $g$  is an entire function which satisfies

$$\int_0^\infty \frac{\ln g(p)}{1 + p^2} dp < \infty \quad (7)$$

from where we get in the complex  $t$ -plane

$$\int_{\Gamma} \frac{\ln g(|t|)}{1 + |t|^2} d|t| < \infty \quad (8)$$

where the path of integration  $\Gamma$ , is a parabola with the vertex on the real-negative axis. From Eq. (8) results that  $g(t)$  is finite on the real-negative axis of the  $t$ -plane. Thereby the Phragmen-Lindelöf theorem [4] predicts the following decay of  $g(t)$

$$g(|t|) = \exp\left(-|t|^{\frac{1}{\alpha}}\right), \quad \alpha \geq 2. \quad (9)$$

Therefore  $g(t)$  is at least of order  $\frac{1}{2}$  in the variable  $t$ . From Eqs. (6) and (9) we get, now again in real momentum space, the lower bound of the form factor in the time-like region at great momentum transfer:

$$G(t) \geq B \exp(-b\sqrt{-t}), \quad t \rightarrow -\infty \quad (10)$$

I would like to express my gratitude to Professor Zoltan Gabos for his encouragement in this work, and to assistant Herwart Wiesler for useful discussions.

(Received September 24, 1970)

#### REFERENCES

- 1 Kuhnelt, H, Stremnitzer, H, „Nucl Phys”, B 18, 654 (1970)
- 2 Jaffe, A M, „Phys Rev. Lett.”, 17, 661, (1966)
- 3 Omnes, R, „Phys. Rev”, 178, 2245 (1969).
- 4 Stoilov, S, *Teoria funcțiilor de o variabilă complexă*, vol I, Ed did și ped, București, 1962.

#### DESPRE FACTORUL DE FORMĂ NUCLEONIC LA ENERGII ÎNALTE

(Rezumat)

În cadrul teoriei cuantice a câmpului se calculează limita inferioară a factorului de formă nucleonic, pe o cale diferită de cea a lui A. M. Jaffe.

#### О НУКЛЕОНОВОМ ФОРМ-ФАКТОРЕ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

(Резюме)

В рамках квантовой теории поля вычисляется нижний предел нуклеонного форм-фактора способом, отличающимся от способа А. М. Яффе.



# PERMITIVITATEA DIELECTRICĂ A UNEI PLASME SLAB IONIZATE, AȘEZATĂ ÎN CÎMPURI ÎNCRUCIȘATE

M. CRISTEA

**Introducere.** Studiul propagării diverselor tipuri de unde în plasmă constituie una dintre problemele actuale ale fizicii. În ultimele trei decenii au apărut în literatura de specialitate o serie de articole și mai multe monografii [1,4], consacrate acestei probleme.

Fie că se utilizează metode magnetohidrodinamice, fie că se utilizează metode statistice, pentru determinarea diferitelor unde ce se propagă în plasmă este necesară stabilirea unei ecuații de dispersie.

De obicei ecuația de dispersie se obține prin egalarea cu zero a determinantului unui sistem de ecuații algebrice omogene. De exemplu în cazul unei plasme omogene anizotrope [1], această ecuație poate fi scrisă sub forma

$$\left| k^2 \delta_{ij} - k_i k_j - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{ij}(\vec{k}, \omega) \right| = 0 \quad (1)$$

unde  $\omega$  este frecvența oscilațiilor ce se propagă în plasmă,  $\vec{k}$  vectorul de undă,  $c$  viteza luminii, iar  $\varepsilon(\vec{k}, \omega)$  tensorul permitivității dielectrice a plasmei. Pentru rezolvarea acestei ecuații, trebuie cunoscută dependența de  $\vec{k}$  și  $\omega$  a tensorului permitivității sau a tensorului conductivității  $\sigma_{ij}$ , acești tensori fiind legați prin relația

$$\varepsilon_{ij} = \delta_{ij} + \frac{4\pi i}{\omega} \sum_{\alpha} \sigma_{ij}^{(\alpha)} \quad (2)$$

unde indicele  $\alpha$  se referă la diferitele componente ale plasmei

În această lucrare ne propunem să determinăm permitivitatea unei plasme omogene, infinite, slab ionizată, așezată în câmpuri — electric și magnetic — încrucișate. Comportarea componentelor plasmei este descrisă de ecuații cinetice cu integrale de ciocnire de tipul Bhatnagar — Gross — Krook [5, 6].

**Ecuatiile de bază.** Fiecare componentă a plasmei este descrisă de o funcție de distribuție  $f_\alpha(\vec{r}, \vec{v}, t)$ , aceste funcții fiind legate de mărimile macroscopice prin relațiile

$$\int f_\alpha(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v} = N_\alpha(\vec{r}, t) \quad (3)$$

$$\frac{1}{N_\alpha} \int \vec{v} f_\alpha(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v} = \vec{u}_\alpha(\vec{r}, t) \quad (4)$$

$$\frac{m}{3N_\alpha} \int (\vec{v} - \vec{u}_\alpha)^2 f_\alpha(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v} = T_\alpha(\vec{r}, t) \quad (5)$$

integralele fiind extinse asupra întregului spațiu al vitezelor.  $N_\alpha$  reprezintă densitatea numărului de particule,  $\vec{u}_\alpha$  viteza de drift,  $T_\alpha$  temperatura exprimată în unități energetice. Funcțiile de distribuție  $f_\alpha$  satisfac ecuații integro-diferențiale de tipul

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{r}} + \frac{\vec{F}_\alpha}{m_\alpha} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{v}} = I_\alpha \quad (6)$$

$\vec{F}_\alpha$  reprezentînd forța totală ce acționează asupra unei particule de tipul  $\alpha$   $\vec{I}_\alpha$  este integrala de ciocnire. În această lucrare, ca și în [7] și [8], vom înlocui acest termen printr-o integrală de ciocnire BGK, după metoda sugerată în [5] și [6]. Ideea acestei metode constă în înlocuirea integralei de ciocnire  $I_\alpha$  printr-un termen convenabil, astfel încît calculele matematice să fie simplificate, fără alterarea conținutului fizic al integralei de ciocnire (legi de conservare, procese de relaxare).

În cazul plasmei slab ionizate putem neglija ciocnirile între particulele încărcate, astfel că ecuațiile cinetice cu integrală de ciocnire BGK iau forma [7]

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{r}} + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \left[ \vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{B} \right] \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{v}} = - \frac{N_n}{\sigma_{\alpha n}} (f_\alpha - N_\alpha \Phi_{\alpha n}) \quad (7)$$

$N_n$  fiind densitatea particulelor neutre, iar  $\sigma_{\alpha n}$  un parametru, independent de viteză, ce caracterizează ciocnirile dintre particulele încărcate și cele neutre. Funcțiile  $\Phi_{\alpha n}$  sînt de forma

$$\Phi_{\alpha n} = \left( \frac{m_\alpha}{2\pi T_{\alpha n}} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_\alpha}{2T_{\alpha n}} (\vec{v} - \vec{u})^2} \quad (8)$$

temperatura  $T_{\alpha n}$  fiind definită prin [7]

$$T_{\alpha n} = (M_n T_\alpha + m_\alpha T_n) / (M_n + m_\alpha) \quad (9)$$

unde  $M_n$  este masa unei particule neutre.

Pentru determinarea funcțiilor de distribuție  $f_\alpha$  folosim metoda perturbațiilor, admițînd în plus că particulele neutre nu sînt perturbate și au viteza de drift nulă și că temperaturile  $T_\alpha$  sînt constante (aproximația izotermică). În aceste condiții punem  $f_\alpha = f_\alpha^0 + \delta f_\alpha$ , unde  $f_\alpha^0$  sînt funcțiile de distribuție staționare și  $\delta f_\alpha$  per-



turbațiile lor ( $\delta f_\alpha \ll f_\alpha^0$ ),  $\vec{E} = \vec{E}_0 + \delta \vec{E}$ ,  $\vec{B} = \vec{B}_0 + \delta \vec{B}$ . După linearizarea ecuației (7), obținem aproximația de ordin zero

$$\frac{e_\alpha}{m_\alpha} \left( \vec{E}_0 + \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{B}_0 \right) \frac{\partial f_\alpha^0}{\partial v} = -v_\alpha (f_\alpha^0 - N_\alpha^0 \Phi_{\alpha n}^0) \quad (10)$$

și aproximația de ordinul întâi

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta f_\alpha}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial \delta f_\alpha}{\partial v} + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \left( \vec{E}_0 + \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{B}_0 \right) \frac{\partial \delta f_\alpha}{\partial v} + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \left( \delta \vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v} \times \delta \vec{B} \right) \frac{\partial f_\alpha^0}{\partial v} = \\ = -v_\alpha (\delta f_\alpha - N_\alpha^0 \eta_\alpha \Phi_{\alpha n}^0) \end{aligned} \quad (11)$$

unde prin  $v_\alpha = N_\alpha^0 / \sigma_{\alpha n}$  s-au notat frecvențele ciocnirilor cu particulele neutre, iar  $\eta_\alpha$  reprezintă densitatea adimensională a perturbației

$$\eta_\alpha = \frac{1}{N_\alpha^0} \int \delta f_\alpha \vec{d}v \quad (12)$$

Funcția  $\Phi_{\alpha n}^0$  are expresia

$$\Phi_{\alpha n}^0 = \left( \frac{m}{2\pi T_{\alpha n}} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_\alpha v^2}{2T_{\alpha n}}} \quad (13)$$

**Funcțiile de distribuție staționare.** În [8] s-a arătat că dacă se alege un sistem de coordonate cu axa  $Ox$  paralelă cu câmpul  $\vec{E}_0$  și axa  $Oz$  paralelă cu  $\vec{B}_0$ , viteza de drift a componentei  $\alpha$  a plasmei are expresia

$$u_\alpha = \frac{e_\alpha E_0}{m_\alpha v_\alpha^2 + \Omega_\alpha^2} \left( \vec{e}_x - \frac{\Omega_\alpha}{v_\alpha} \vec{e}_y \right) \quad (14)$$

acest vector fiind deci situat într-un plan perpendicular pe câmpul magnetic. În această relație  $\vec{e}_x$  și  $\vec{e}_y$  sînt versorii axelor respective, iar  $\Omega_\alpha$  este frecvența ciclotronică a particulelor de tipul  $\alpha$ .

$$\Omega_\alpha = \frac{e_\alpha B_0}{m_\alpha c} \quad (15)$$

Admitem că în afară de particule neutre, plasma conține numai electroni ( $\alpha = e$ ) și ioni de un singur tip ( $\alpha = i$ ). De asemenea, presupunem că intensitatea câmpului magnetic nu este prea mare, astfel că sînt valabile relațiile  $v_e \ll \Omega_e$  și  $v_i \gg \Omega_i$ . În aceste condiții, se obțin fără dificultate relațiile

$$\frac{|u_e|}{|u_i|} \sim \frac{\Omega_i}{v_i} \ll 1, \quad \frac{|T_i - T_n|}{|T_e - T_n|} \sim \left( \frac{u_i}{v_e} \right)^2 \ll 1.$$

Cu alte cuvinte, viteza de drift și încălzirea ionilor sînt cantități mici în raport cu mărimile corespunzătoare referitoare la electroni. Se poate deci admite că funcția de distribuție staționară a ionilor este maxwelliană (cu viteză de drift nulă) și că temperatura ionilor este egală cu cea a particulelor neutre.

Prin urmare rămâne de determinat numai funcția de distribuție staționară a electronilor  $f_e^0$ . Aceasta a fost obținută în [8] ca soluție aproximativă a ecuației (10), sub forma unei dezvoltări în serie după parametrul mic.

$$\frac{u_e}{v_{T_e}} \sim \sqrt{\frac{m}{M}}$$

unde  $v_{T_e} = \sqrt{T_e/m}$  este viteza termică a electronilor,  $m$  masa electronului și  $M$  masa unui ion. Dacă utilizăm un sistem de coordonate cilindrice în spațiul vitezelor

$$v_x = v_{\perp} \cos \varphi, \quad v_y = v_{\perp} \sin \varphi, \quad v_z = v_{\parallel}$$

și reținem numai termenii de gradul doi inclusiv în raport cu  $u_e/v_{T_e}$ , obținem soluția ecuației (10) sub formă

$$f_e^0 = F_e^0 [A_1 + (A_2 e^{i\varphi} + A_2^* e^{-i\varphi}) v_{\perp} + (2A_3 + A_4 e^{2i\varphi} + A_4^* e^{-2i\varphi}) v_{\perp}^2 - A_3 v_{\parallel}^2] \quad (16)$$

unde  $F_e^0$  este funcția de distribuție maxwelliană

$$F_e^0 = N_e^0 (2\pi v_{T_e}^2)^{-3/2} e^{-\frac{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2}{2v_{T_e}^2}} \quad (17)$$

iar  $A_1, A_2, A_3, A_4$  sînt cantități independente de  $v_{\perp}, v_{\parallel}, \varphi$

$$A_1 = 1 - q^2/2, \quad A_2 = (q_x - iq_y)/2v_{T_e}, \quad A_3 = q^2/6v_{T_e}^2, \quad A_4 = (1/4v_{T_e}^2)(1 + i\zeta)/(1 - 2i\zeta) \quad (18)$$

$A_2^*$  și  $A_4^*$  sînt mărimile complex-conjugate cu  $A_2$  și  $A_4$ ,  $\zeta = \Omega_e/v_e$  și  $\vec{q} = \vec{u}/v_{T_e}$ .

**Determinarea perturbației  $\delta f_e$ .** Funcția de distribuție staționară fiind cunoscută, putem trece acum la determinarea perturbației  $\delta f_e$ . Ocupîndu-ne numai de electroni nu există posibilitate de confuzie, astfel că pentru simplificarea scrierii omitem indicele  $e$ . Presupunem că toate perturbațiile sînt proporționale cu  $\exp i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)$ . În acest caz  $\delta f$  satisface ecuația diferențială [8]

$$-i(\omega + v v - \vec{k}\vec{v}) \delta f - \Omega \frac{\partial}{\partial \varphi} \delta f = -\Phi(f^0) \quad (19)$$

unde

$$\Phi(f^0) = -v\eta f^0 + \Omega\eta \frac{\partial f^0}{\partial \varphi} + \frac{e}{m} \left\{ \delta \vec{E} + \frac{1}{\omega} [\vec{v} \times (\vec{k} \times \delta \vec{E})] \right\} \frac{\partial f^0}{\partial v} \quad (20)$$

În cele ce urmează, ne limităm la cazul în care vectorul de undă  $\vec{k}$  este situat în planul  $xOz$ , deci are componentele  $(k_{\perp}, 0, k_{\parallel})$ , iar produsul scalar  $\vec{k}\vec{v}$  este dat de expresia

$$k v = k_{\perp} v_{\perp} \cos \varphi + k_{\parallel} v_{\parallel} \quad (21)$$

în aceste condiții, soluția ecuației diferențiale (19) este [9], [10]

$$\delta f = \frac{1}{\Omega} e^{-i\frac{\omega + v v - k_{\parallel} v_{\parallel}}{\Omega} \varphi} e^{+i\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\Omega} \sin \varphi} \int_{-\infty}^{\varphi} d\varphi' \left\{ [\Phi(f^0)] e^{i\frac{\omega + v v - k_{\parallel} v_{\parallel}}{\Omega} \varphi'} e^{-i\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\Omega} \sin \varphi'} \right\} \quad (22)$$

unde  $[\Phi]$ , reprezintă valoarea funcției (20) calculată pentru  $\varphi = \varphi'$ . Ținând seamă de identitatea

$$e^{iz \sin \varphi} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(z) e^{in\varphi} \quad (23)$$

unde  $J_n(z)$  este funcția Bessel de speța întâia, de ordinul  $n$ , expresia (22) devine

$$\delta f = \frac{1}{\Omega} e^{-i \frac{\omega + \nu - k_{\parallel} v_{\parallel}}{\Omega} \varphi} e^{i \frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\Omega} \sin \varphi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n \left( \frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\Omega} \right) \int_{-\infty}^{\varphi} d\varphi' \left\{ [\Phi] e^{i \frac{\omega - n\Omega + \nu - k_{\parallel} v_{\parallel}}{\Omega} \varphi'} \right\} \quad (24)$$

După efectuarea calculelor în membrul drept din relația (20), obținem următoarea expresie a funcției  $\Phi(f^\circ)$

$$\Phi(f^\circ) = - (C_0 + C_1 e^{i\varphi} + C_1^* e^{-i\varphi} + C_2 e^{2i\varphi} + C_2^* e^{-2i\varphi} + C_3 e^{3i\varphi} + C_3^* e^{-3i\varphi}) \quad (25)$$

unde

$$\begin{aligned} C_0 &= \nu \eta F^\circ (A_1 + 2A_3 v_{\perp}^2 - A_3 v_{\parallel}^2) - \frac{e}{m} F^\circ \left\{ \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{v_{\perp}^2}{v_{\parallel}^2} - \frac{k_{\parallel} v_{\parallel}}{\omega} \right) \frac{q_x \delta E_x + q_y \delta E_y}{v_{\parallel}} - \right. \\ &\quad \left. - \left[ \frac{A_1}{v_{\perp}^2} - \frac{k_{\perp}}{\omega} (A_2 + A_2^*) + 2A_3 + 2A_3 \frac{v_{\perp}^2}{v_{\parallel}^2} - A_3 \frac{v_{\parallel}^2}{v_{\perp}^2} \right] v_{\parallel} \delta E_x \right\} \\ C_1 &= \nu \eta F^\circ (1 - i \zeta) A_2 v_{\perp} - \frac{e}{m} F^\circ \left\{ \left[ A_3 \left( 2 - 3 \frac{k_{\parallel} v_{\parallel}}{\omega} - \frac{v_{\perp}^2}{v_{\parallel}^2} + \frac{v_{\parallel}^2}{2v_{\perp}^2} \right) - \frac{A_1}{2v_{\perp}^2} \right] v_{\perp} (\delta E_x - i \delta E_y) + \right. \\ &\quad \left. + A_4 \left( 2 - 2 \frac{k_{\parallel} v_{\parallel}}{\omega} - \frac{v_{\perp}^2}{2v_{\parallel}^2} \right) v_{\perp} (\delta E_x + i \delta E_y) - A_2 \frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\omega} i \delta E_y + \right. \\ &\quad \left. + \left[ (3A_3 + 2A_4) \frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\omega} - A_2 \frac{v_{\perp}}{v_{\parallel}^2} \right] v_{\parallel} \delta E_x \right\} \\ C_2 &= \nu \eta F^\circ (1 + i \zeta) q^2 \frac{v_{\perp}^2}{4v_{\parallel}^2} - \\ &\quad - \frac{e}{m} F^\circ \left[ -A_2 \frac{v_{\perp}^2}{2v_{\parallel}^2} \delta E_x + \left( A_2 \frac{v_{\perp}^2}{2v_{\parallel}^2} - 2A_4 \frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\omega} \right) i \delta E_y - A_4 \frac{v_{\parallel} v_{\perp}^2}{v_{\parallel}^2} \delta E_x \right] \\ C_3 &= \frac{e}{m} F^\circ A_4 \frac{v_{\perp}^2}{2v_{\parallel}^2} (\delta E_x - i \delta E_y). \end{aligned}$$

Introducem expresia (25) în relația (22) și integrăm în raport cu  $\varphi'$ . La limita inferioară expresia integrată se anulează și obținem

$$\begin{aligned} \delta f &= i \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m e^{-i \frac{\omega - m\Omega + \nu - k_{\parallel} v_{\parallel}}{\Omega} \varphi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{e^{i \frac{\omega - n\Omega + \nu - k_{\parallel} v_{\parallel}}{\Omega} \varphi}}{\omega - n\Omega + \nu - k_{\parallel} v_{\parallel}} \times \\ &\quad \times (C_0 J_n + C_1 J_{n+1} + C_1^* J_{n-1} + C_2 J_{n+2} + C_2^* J_{n-2} + C_3 J_{n+3} + C_3^* J_{n-3}) \end{aligned} \quad (26)$$

Funcțiile Bessel de diferite ordine au toate același argument  $k_{\perp} v_{\perp} / \Omega$ .

**Densitatea perturbației  $\eta_e$ .** După cum se va vedea, în expresiile componentelor densității de curent apare  $\eta$ , densitatea perturbației. Este deci necesar ca în prealabil să determinăm această cantitate;  $\eta$  este dat de expresia (12) care, în sistemul de coordonate folosit, devine

$$\eta = \frac{1}{N^0} \int_{-\infty}^{\infty} dv_{\parallel} \int_0^{\infty} v_{\perp} dv_{\perp} \int_0^{2\pi} \delta f d\varphi. \quad (27)$$

Integrala în raport cu  $\varphi$  se calculează imediat și obținem

$$\int_0^{2\pi} \delta f d\varphi = 2\pi i \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{J_n(C_0 J_n + C_1 J_{n+1} + C_1^* J_{n-1} + C_2 J_{n+2} + C_2^* J_{n-2} + C_3 J_{n+3} + C_3^* J_{n-3})}{\omega - n\Omega + i\nu - k_{\parallel} v_{\parallel}} \quad (28)$$

Introducem această valoare în (27) și exprimăm funcțiile Bessel  $J_{n+1}$ ,  $J_{n+2}$ ,  $J_{n+3}$  prin funcția  $J_n$  și prima sa derivată în raport cu argumentul [Anexa A]. După efectuarea acestor calcule obținem

$$\eta = \frac{2\pi i}{N^0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dv_{\parallel}}{\omega - n\Omega + i\nu - k_{\parallel} v_{\parallel}} \int_0^{\infty} v_{\perp} dv_{\perp} [F^{\circ}(D_1 + D_2 v_{\perp}^2 + D_3 v_{\parallel} + D_4 v_{\parallel}^2 + D_5 v_{\parallel}^3 + D_6 v_{\parallel} v_{\perp}^2) J_n^2 - F^{\circ}(G_1 + G_2 v_{\perp}^2 + G_3 v_{\parallel} + G_4 v_{\parallel}^2) v_{\perp} J_n J_n'] \quad (29)$$

unde

$$\begin{aligned} D_1 &= \nu\eta \left[ 1 + \frac{n}{k_{\perp}\rho} (1 + \zeta^2) q_x - \left( \frac{1}{2} - \frac{n(n + i\zeta)}{k_{\perp}^2 \rho^2} \right) q^2 \right] - \\ &\quad - \frac{e}{m\nu\tau} \left\{ \left[ -\frac{n}{k_{\perp}\rho} + \left( 1 - \frac{n^2}{k_{\perp}^2 \rho^2} \right) q_x + \frac{m}{k_{\perp}^2 \rho^2} q_y + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{n}{k_{\perp}\rho} \left( \frac{13 + 16\zeta^2}{6} - \frac{(2+n^2)(1-2\zeta^2) + 9m\zeta}{k_{\perp}^2 \rho^2} \right) \frac{q^2}{1+4\zeta^2} \right] \delta E_x + \right. \\ &\quad \left. + \left[ \frac{m}{k_{\perp}^2 \rho^2} q_x + \left( 1 - \frac{n\Omega}{\omega} + \frac{n^2}{k_{\perp}^2 \rho^2} \right) q_y + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{m}{k_{\perp}^2 \rho^2} \left( 3i\zeta - \frac{2\Omega(1+3m\zeta - 2\zeta^2)}{\omega} + \frac{3n(1+m\zeta - 2\zeta^2) + 6i\zeta}{k_{\perp}^2 \rho^2} \right) \frac{q^2}{1+4\zeta^2} \right] \delta E_y \right\} \\ D_2 &= -\nu\eta \frac{q^2}{6\nu\tau^2} - \frac{e}{m\nu\tau^2} \left\{ \frac{1}{k_{\perp}\rho} \left[ 3i\zeta + \frac{n(1-14\zeta^2)}{6} \right] \frac{q^2}{1+4\zeta^2} \delta E_x + \right. \\ &\quad \left. + \left[ -q_y + i \left( k_{\perp}\rho \frac{3i\zeta\Omega}{\omega} - \frac{1+3m\zeta - 2\zeta^2}{k_{\perp}\rho} \frac{q^2}{1+4\zeta^2} \right) \delta E_y \right] \right\} \\ D_3 &= -\frac{e}{m\nu\tau^2} \left\{ -\frac{k_{\parallel}\nu\tau}{\omega} \left( q_x + \frac{2n}{k_{\perp}\rho} \frac{1+\zeta^2}{1+4\zeta^2} q^2 \right) \delta E_x - \frac{k_{\parallel}\nu\tau}{\omega} \left( q_y - \frac{n}{k_{\perp}\rho} \frac{3\zeta}{1+4\zeta^2} q^2 \right) \delta E_y - \right. \\ &\quad \left. - \left[ 1 - k_{\perp}\rho \left( \frac{\Omega}{\omega} - \frac{n}{k_{\perp}^2 \rho^2} \right) q_x - \left( \frac{1+4\zeta^2}{6} + \frac{2n\Omega(1+\zeta^2)}{\omega} - \frac{n^2(1-2\zeta^2) + 3m\zeta}{k_{\perp}^2 \rho^2} \right) \frac{q^2}{1+4\zeta^2} \right] \delta E_x \right\} \\ D_4 &= -\frac{1}{6\nu\tau^2} \left( \nu\eta q^2 + \frac{e}{m} \frac{n}{k_{\perp}\rho} q^2 \delta E_x \right) \end{aligned}$$

$$D_5 = -\frac{1}{6v_{\perp}^4} \frac{e}{m} q^2 \delta E_x$$

$$D_6 = -\frac{1}{6v_{\perp}^4} \frac{1-14\zeta^2}{1+4\zeta^2} q^2 \delta E_x$$

$$G_1 = v \eta \left\{ \frac{1+m\zeta q^2}{k_{\perp\rho} v_T} - \frac{e}{mv_{\perp}^2} \left[ -\frac{q_x - mgy}{k_{\perp\rho}} + \left( 3i\zeta - \frac{3n(1+m\zeta-2\zeta^2)+6i\zeta}{k_{\perp\rho}^2} \right) \frac{q^2}{1+4\zeta^2} \right] \delta E_x + \right. \\ \left. + i \left[ 1 + \left( \frac{n}{k_{\perp\rho}} - k_{\perp\rho} \frac{\Omega}{\omega} \right) q_x - \frac{iq_y}{k_{\perp\rho}} - \right. \right. \\ \left. \left. - \left( \frac{1+40\zeta^2}{6} + 2\Omega \frac{n(1-2\zeta^2)+3i\zeta}{\omega} - \frac{(2+n^2)(1-2\zeta^2)+9in\zeta}{k_{\perp\rho}^2} \right) \frac{q^2}{1+4\zeta^2} \right] \delta E_y \right\}$$

$$G_2 = \frac{i}{6v_{\perp}^4} \frac{e}{m} \frac{1-14\zeta^2}{1+4\zeta^2} q^2 \delta E_y$$

$$G_3 = -\frac{e}{mv_{\perp}^2} \left\{ -\frac{k_{\perp}v_T}{\omega} \frac{3i\zeta}{1+4\zeta^2} q^2 \delta E_x + i \frac{k_{\perp}v_T}{\omega} \frac{6\zeta^2}{1+4\zeta^2} q^2 \delta E_y \right\} + \\ + \left[ iq_y + \left( k_{\perp\rho} \frac{3i\zeta\Omega}{\omega} - \frac{1+3in\zeta-2\zeta^2}{k_{\perp\rho}} \right) \frac{q^2}{1+4\zeta^2} \right] \delta E_x \}$$

$$G_4 = \frac{i}{6v_{\perp}^4} \frac{e}{m} q^2 \delta E_y$$

În aceste relații  $\rho$  reprezintă raza Larmor a electronului

$$\rho = \rho_e = \frac{v_T e}{\Omega_e} \quad (30)$$

Ecuația (29) poate fi scrisă într-o formă mai explicită

$$\eta = 2\pi v \left( \frac{1}{2\pi v_T^2} \right)^{3/2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\frac{v_{\parallel}^2}{2v_{\perp}^2}} dv_{\parallel}}{\omega - n\Omega + iv - k_{\parallel}v_{\parallel}} \left[ D_1 \int_0^{\infty} e^{-\frac{v_{\perp}^2}{2v_{\perp}^2}} J_n^2 v_{\perp} dv_{\perp} + \right. \right. \\ \left. \left. + D_2 \int_0^{\infty} e^{-\frac{v_{\perp}^2}{2v_{\perp}^2}} J_n^2 v_{\perp}^3 dv_{\perp} - G_1 \int_0^{\infty} e^{-\frac{v_{\perp}^2}{2v_{\perp}^2}} J_n J_n' v_{\perp}^2 dv_{\perp} - G^2 \int_0^{\infty} e^{-\frac{v_{\perp}^2}{2v_{\perp}^2}} J_n J_n' v_{\perp}^4 dv_{\perp} \right] + \right. \\ \left. + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\frac{v_{\parallel}^2}{2v_{\perp}^2}} v_{\parallel} dv_{\parallel}}{\omega - n\Omega + iv - k_{\parallel}v_{\parallel}} \left[ D_3 \int_0^{\infty} e^{-\frac{v_{\perp}^2}{2v_{\perp}^2}} J_n^2 v_{\perp} dv_{\perp} + D_6 \int_0^{\infty} e^{-\frac{v_{\perp}^2}{2v_{\perp}^2}} J_n^2 v_{\perp}^3 dv_{\perp} - \right. \right. \\ \left. \left. - G_3 \int_0^{\infty} e^{-\frac{v_{\perp}^2}{2v_{\perp}^2}} J_n J_n' v_{\perp}^2 dv_{\perp} + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\frac{v_{\parallel}^2}{2v_{\perp}^2}} v_{\parallel}^2 dv_{\parallel}}{\omega - n\Omega + iv - k_{\parallel}v_{\parallel}} \left[ D_4 \int_0^{\infty} e^{-\frac{v_{\perp}^2}{2v_{\perp}^2}} J_n^2 v_{\perp} dv_{\perp} - \right. \right. \\ \left. \left. - G_4 \int_0^{\infty} e^{-\frac{v_{\perp}^2}{2v_{\perp}^2}} J_n J_n' v_{\perp}^2 dv_{\perp} \right] + D_5 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\frac{v_{\parallel}^2}{2v_{\perp}^2}} v_{\parallel}^3 dv_{\parallel}}{\omega - n\Omega + iv - k_{\parallel}v_{\parallel}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{v_{\perp}^2}{2v_{\perp}^2}} J_n^2 v_{\perp} dv_{\perp} \right] \right\} \quad (31)$$

Integralele în raport cu  $v_{||}$  se pot exprima prin funcția de dispersie a plasmei

$$J_+(\beta_e) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_C \frac{e^{-\frac{1}{2}x^2}}{1 - \frac{x}{\beta_e}} dx \quad (32)$$

unde  $C$  este conturul Landau [3] și

$$\beta_e = (\omega - n\Omega_e + iv)/k_{||} v_{Te} \quad (33)$$

Valorile diferitelor integrale, în funcție de  $J_+(\beta_e)$  sînt date în anexa  $D$ .

Integralele în raport cu  $v_{\perp}$  se exprimă prin funcția  $A_n(k_{\perp}^2 \rho^2)$ , definită astfel

$$A_n(z) = e^{-z} I_n(z) \quad (34)$$

$I_n(z)$  fiind funcția Bessel de argument imaginar:  $I_n(z) = (-i)^n J_n(iz)$ . În anexa  $B$  sînt date cîteva proprietăți ale funcției  $A_n$ , iar în anexa  $C$ , integralele din (31) care conțin funcții Bessel.

Introducînd în (31) valorile integralelor, grupînd în mod convenabil termenii și utilizînd relațiile (B.2)–(B.4), obținem

$$\eta = -i \frac{e}{m} (X_0 \delta E_x + Y_0 \delta E_y + Z_0 \delta E_z) \quad (35)$$

unde

$$X_0 = \left\{ 1 - iv \left[ Q_1 + \sum_n \frac{Q_2 A_n + Q_3 A'_n}{\omega - n\Omega + iv} J_+(\beta) \right] \right\}^{-1} \left[ Q_4 + \sum_n \frac{Q_5 A_n + Q_6 A'_n}{\omega - n\Omega + iv} J_+(\beta) \right] \quad (36)$$

$$Y_0 = \left\{ 1 - iv \left[ Q_1 + \sum_n \frac{Q_2 A_n + Q_3 A'_n}{\omega - n\Omega + iv} J_+(\beta) \right] \right\}^{-1} \left[ Q_7 + \sum_n \frac{Q_8 A_n + Q_9 A'_n + Q_{10} A''_n}{\omega - n\Omega + iv} J_+(\beta) \right] \quad (37)$$

$$Z_0 = \left\{ 1 - iv \left[ Q_1 + \sum_n \frac{Q_2 A_n + Q_3 A'_n}{\omega - n\Omega + iv} J_+(\beta) \right] \right\}^{-1} \left[ Q_{11} + \sum_n \frac{Q_{12} A_n + Q_{13} A'_n}{\omega - n\Omega + iv} J_+(\beta) \right] \quad (38)$$

iar mărimile  $Q_j$  au următoarele expresii

$$Q_1 = \frac{\omega + iv}{6k_{||}^2 v_{Te}^2} q^2$$

$$Q_2 = 1 + \frac{n}{k_{\perp} \rho} (1 + \zeta^2) q_x - \left[ \frac{5 + \beta^2}{6} - \frac{n(n + i\zeta)}{k_{\perp}^2 \rho^2} \right] q^2$$

$$Q_3 = - \left( 1 + in\zeta + \frac{1}{3} k_{\perp}^2 \rho^2 \right) q^2$$

$$Q_4 = \frac{1}{v_{Te}} \left( \frac{q_x}{\omega} + \frac{\Omega k_{\perp} \rho}{6k_{||} v_{Te}^2} q^2 \right)$$

$$Q_5 = \frac{1}{v_{Te}} \left\{ -\frac{n}{k_{\perp} \rho} + \left( \frac{n\Omega - iv}{\omega} - \frac{n^2}{k_{\perp}^2 \rho^2} \right) q_x + \frac{in}{k_{\perp} \rho} q_y + \frac{1}{k_{\perp} \rho} \left[ 6i\zeta + \frac{n(1 - 8\zeta^2)}{2} + \frac{2n(n\Omega - iv)}{\omega} (1 + \zeta^2) - \frac{n(2 + n^2)}{k_{\perp}^2 \rho^2} (1 - 2\zeta^2) - \frac{9m^2 \zeta}{k_{\perp}^2 \rho^2} \right] \frac{q^2}{1 + 4\zeta^2} \right\}$$

$$Q_6 = \frac{1}{v_T} \left\{ (1 + in \zeta) q_x + k_{\perp} \rho \left[ \frac{n(1 - 14\zeta^2)}{3} + 3i\zeta \left( 2 - \frac{n\Omega - iv}{\omega} + \frac{2 + n^2}{k_{\perp}^2 \rho^2} \right) + \frac{3n}{k_{\perp}^2 \rho^2} (1 - 2\zeta^2) \right] \frac{q^2}{1 + 4\zeta^2} \right\}$$

$$Q_7 = \frac{q_y}{\omega v_T}$$

$$Q_8 = \frac{1}{v_T} \left\{ \frac{in q_x}{k_{\perp}^2 \rho^2} - \left( 2 + \frac{iv}{\omega} - \frac{n^2}{k_{\perp}^2 \rho^2} \right) q_y + \frac{1}{k_{\perp} \rho} \left[ \frac{in \Omega}{\omega} (1 + 4\zeta^2) + 3\zeta \frac{\Omega}{\omega} (n^2 - 2k_{\perp}^3 \rho^2) + 6n\zeta - 2i(1 - 2\zeta^2) - \frac{3n\zeta(2 + n^2)}{k_{\perp}^2 \rho^2} + \frac{3m^2}{k_{\perp}^2 \rho^2} (1 - 2\zeta^2) \right] \frac{q^2}{1 + 4\zeta^2} \right\}$$

$$Q_9 = \frac{1}{v_T} \left\{ -ik_{\perp} \rho + i \left( k_{\perp}^2 \rho^2 \frac{\Omega}{\omega} - n \right) q_x - (1 + 2k_{\perp}^2 \rho^2) q_y + k_{\perp} \rho \left[ 6\zeta(n - k_{\perp}^2 \rho^2 \frac{\Omega}{\omega}) - \frac{3i}{2} + \frac{2in \Omega}{\omega} (1 + \zeta^2) + \frac{i\beta^2}{6} (1 + 4\zeta^2) - \frac{i(2 + n^2)}{k_{\perp} \rho^2} (1 - 2\zeta^2) + \frac{9n\zeta}{k_{\perp}^2 \rho^2} \right] \frac{q^2}{1 + 4\zeta^2} \right\}$$

$$Q_{10} = i \frac{1 - 14\zeta^2}{1 + 4\zeta^2} \frac{k_{\perp}^3 \rho^3}{3v_T} q^2$$

$$Q_{11} = \frac{1}{k_{\parallel} v_T^2} \left\{ 1 - k_{\perp} \rho \frac{\Omega}{\omega} q_x + \frac{1}{6} \left[ 2 - \frac{\Omega^2 k_{\perp}^2 \rho^2}{k_{\parallel}^2 v^2} - \frac{(\omega - iv)^2}{k_{\parallel}^2 v_T^2} \right] q^2 \right\}$$

$$Q_{12} = -\frac{\beta}{v_T} \left\{ 1 - \left( k_{\perp} \rho \frac{\Omega}{\omega} - \frac{n}{k_{\perp} \rho} \right) q_x - \frac{1}{6} \left[ (1 + \beta^2)(1 + 4\zeta^2) + 2(1 - 14\zeta^2) + \frac{12n\Omega}{\omega} (1 + \zeta^2) - \frac{6n^2(1 - 2\zeta^2) + 3m\zeta}{k_{\perp}^2 \rho^2} \right] \frac{q^2}{1 + 4\zeta^2} \right\}$$

$$Q_{13} = -\frac{\beta}{v_T} \left\{ ik_{\perp} \rho q_y - \left[ \frac{k_{\perp}^2 \rho^2}{3} (1 - 14\zeta^2) + 3i\zeta \left( n - k_{\perp}^2 \rho^2 \frac{\Omega}{\omega} \right) + 1 - 2\zeta^2 \right] \frac{q^2}{1 + 4\zeta^2} \right\}.$$

**Tensorul conductivității electrice.** Expresiile componentelor tensorului conductivității electrice se deduc din componentele densității de curent, folosind relația

$$\vec{f}^e \delta j_i = \sigma_{ik} \delta E_k \quad (39)$$

$\delta E_k$  fiind componentele câmpului electric de perturbație, iar  $\delta j_i$  componentele densității de curent de perturbație, care pot fi calculate cu ajutorul perturbației  $\delta f$  a funcției de distribuție

$$\delta j_i = e \int v_i \delta f \vec{d}v \quad (i = x, y, z) \quad (40)$$

Trecînd la coordonate cilindrice în spațiul vitezelor, expresia componentei după axa  $Ox$  a vectorului  $\vec{\delta j}$  devine

$$\delta j_x = e \int v_x \delta f \vec{d}v = e \int v_{\perp} \cos \varphi \delta f \vec{d}v = \frac{e}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dv_{\parallel} \int_0^{\infty} v_{\perp}^2 dv_{\perp} \int_0^{2\pi} (e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}) \delta f d\varphi. \quad (41)$$

Ultima integrală se evaluează imediat. Se obține

$$\int_0^{2\pi} (e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}) \delta f d\varphi =$$

$$= 2\pi i \sum_n \frac{(J_{n+1} + J_{n-1})(C_0 J_n + C_1 J_{n+1} + C_1^* J_{n-1} + C_2 J_{n+2} + C_2^* J_{n-2} + C_3 J_{n+3} + C_3^* J_{n-3})}{\omega - n\Omega + \nu - k_{\parallel} v_{\parallel}}$$

unde  $C_0, C_1, C_2, C_3$  au aceeași semnificație ca în (25).

Ținând seamă de relațiile (A.1) și (A.2) expresia (41) devine

$$\delta j_x = \frac{e v_T}{k_{\perp} \rho} 2\pi i \sum_n \int_{-\infty}^{\infty} dv_{\parallel} \times$$

$$\times \int v_{\perp} dv_{\perp} \frac{n J_n (C_0 J_n + C_1 J_{n+1} + C_1^* J_{n-1} + C_2 J_{n+2} + C_2^* J_{n-2} + C_3 J_{n+3} + C_3^* J_{n-3})}{\omega - n\Omega + \nu - k_{\parallel} v_{\parallel}}.$$

Valorile integralelor în raport cu  $v_{\perp}$  sînt date în anexa C, iar cele ale integralelor în raport cu  $v_{\parallel}$  în anexa D. Se obține astfel  $\delta j_x$  funcție de  $\eta$  și de componentele cîmpului  $\delta \vec{E}$ . Înlocuind  $\eta$  prin expresia (35) și grupînd convenabil termenii, obținem

$$\delta j_x = \sigma_{xx} \delta E_x + \sigma_{xy} \delta E_y + \sigma_{xz} \delta E_z.$$

Componentele tensorului  $\sigma$  au expresiile

$$\sigma_{xx} = -i(e^2 N^0/m) (X_1 + i\nu X_0 X_4) \quad (42a)$$

$$\sigma_{xy} = (e^2 N^0/m) (X_2 + \nu Y_0 X_4) \quad (42b)$$

$$\sigma_{xz} = -i(e^2 N^0/m) (X_3 + \nu Z_0 X_4) \quad (42c)$$

$X_0, Y_0, Z_0$  avînd expresiile (36)–(38) și

$$X_1 = \left[ -\frac{\omega + \nu}{6k_{\parallel}^2 v_T^2} + \frac{2(1 + \zeta^2)}{\omega(1 + 4\zeta^2)} \right] q^2 + \frac{v_T}{k_{\perp} \rho} \sum_n \frac{n(Q_6 A_n + Q_6 A'_n)}{\omega - n\Omega + \nu} J_+(\beta)$$

$$X_2 = \left[ \frac{\Omega}{6k_{\parallel}^2 v_T^2} + \frac{3i\zeta}{\omega(1 + 4\zeta^2)} \right] q^2 - i \frac{v_T}{k_{\perp} \rho} \sum_n \frac{n(Q_8 A_n + Q_9 A'_n + Q_{10} A''_n)}{\omega - n\Omega + \nu} J_+(\beta)$$

$$X_3 = \frac{q_x}{k_{\parallel} v_T} - \frac{\Omega k_{\perp} \rho}{k_{\parallel} v_T} \left[ \frac{\omega + \nu}{3k_{\parallel}^2 v_T^2} + \frac{(1 + \zeta^2)}{\omega(1 + 4\zeta^2)} \right] q^2 + \frac{v_T}{k_{\perp} \rho} \sum_n \frac{n(Q_{12} A_n + Q_{13} A'_n)}{\omega - n\Omega + \nu} J_+(\beta)$$

$$X_4 = -\frac{\Omega k_{\perp} \rho}{5k_{\parallel}^2 v_T^2} q^2 + \frac{v_T}{k_{\perp} \rho} \sum_n \frac{n(Q_2 A_n + Q_3 A'_n)}{\omega - n\Omega + \nu} J_+(\beta)$$

Componenta  $\delta j_y$  a densității de curent are forma

$$\delta j_y = \frac{c}{2i} \int_{-\infty}^{\infty} dv_{\parallel} \int_0^{\infty} v_{\perp}^2 dv_{\perp} \int_0^{2\pi} (e^{i\varphi} - e^{-i\varphi}) \delta f d\varphi. \quad (43)$$



Efectuînd integrarea în raport cu  $\varphi$  și ținînd seama că

$$J_{n-1} - J_{n+1} = 2J'$$

rezultă

$$\delta j_y = 2\pi e \sum_n \int_{-\infty}^{\infty} dv_{\parallel} \times \\ \times \int_0^{\infty} v_{\perp} dv_{\perp} \frac{J_n(C_0 J_n + C_1 J_{n+1} + C_1^* J_{n-1} + C_2 J_{n+2} + C_2^* J_{n-2} + C_3 J_{n+3} + C_3^* J_{n-3})}{\omega - n\Omega + i\nu - k_{\parallel} v_{\parallel}} \quad (44)$$

Dacă se explicitiază coeficienții, se obține o sumă de integrale de același tip cu cele din (31); integralele în raport cu  $v_{\parallel}$  conțin produse de derivate ale funcțiilor Bessel, ceea ce complică rezolvarea lor. Valorile tuturor integralelor ce apar în  $\delta j_y$  sînt date în anexe După efectuarea calculelor expresia (44) poate fi adusă la forma

$$\delta j_y = \sigma_{yx} \delta E_x + \sigma_{yy} \delta E_y + \sigma_{yz} \delta E_z \quad (45)$$

cele trei componente ale tensorului  $\sigma$  fiind

$$\sigma_{yx} = - (e^2 N^0 / m) (Y_1 + i\nu X_0 Y_4) \quad (46a)$$

$$\sigma_{yy} = i(e^2 N^0 / m) (Y_2 - \nu Y_0 Y_4) \quad (46b)$$

$$\sigma_{yz} = - (e^2 N^0 / m) (Y_3 + i\nu Z_0 Y_4) \quad (46c)$$

unde

$$Y_1 = \left[ \frac{\Omega}{6k_{\parallel}^2 v_T^2} - \frac{3i\zeta}{\omega(1+4\zeta^2)} \right] q^2 + \sum_n \frac{R_4 A_n + R_5 A'_n + R_6 A''_n}{\omega - n\Omega + i\nu} J_+(\beta)$$

$$Y_2 = \left[ \frac{\omega + i\nu}{6k_{\parallel}^2 v_T^2} - \frac{6\zeta^2}{\omega(1+4\zeta^2)} \right] q^2 + i \sum_n \frac{R_7 A_n + R_8 A'_n + R_9 A''_n}{\omega - n\Omega + i\nu} J_+(\beta)$$

$$Y_3 = \frac{1}{k_{\parallel} v_T} \left\{ i q_y + k_{\perp} \rho \left[ \frac{3i\zeta\Omega}{\omega(1+4\zeta^2)} - \frac{\Omega^2}{6k_{\parallel}^2 v_T^2} \right] q^2 \right\} + \sum_n \frac{R_{10} A_n + R_{11} A'_n + R_{12} A''_n}{\omega - n\Omega + i\nu} J_+(\beta)$$

$$Y_4 = \sum_n \frac{R_1 A_n + R_2 A'_n + R_3 A''_n}{\omega - n\Omega + i\nu} J_+(\beta)$$

iar mărimile  $R_j$  au expresiile:

$$R_1 = - \frac{n^2 v_T}{k_{\perp}^3 \rho^3} (1 + in\zeta) q^2$$

$$R_2 = k_{\perp} \rho v_T \left\{ 1 + \frac{n}{k_{\perp} \rho} (1 + \zeta^2) q_x + \left[ \frac{7 - \beta^2}{6} + \frac{n(n + i\zeta)}{k_{\perp}^2 \rho^2} + 2in\zeta \right] q^2 \right\}$$

$$R_3 = - \frac{1}{3} k_{\perp}^3 \rho^3 v_T q^2$$

$$R_4 = -\frac{n^2}{k_{\perp}^3 \rho^3} \left\{ -q_x + inq_y + \left[ 3i\zeta k_{\perp} \rho \frac{n\Omega - \nu}{\omega} - \frac{3i\zeta(2+n^2) + 3n(1-2\zeta^2)}{k_{\perp} \rho} \right] \frac{q^2}{1+4\zeta^2} \right\}$$

$$R_5 = -n - k_{\perp} \rho \left( 2 + \frac{n^2}{k_{\perp}^2 \rho^2} - \frac{n\Omega - \nu}{\omega} \right) q_x + ik_{\perp} \rho \left( 2n + \frac{n}{k_{\perp}^2 \rho^2} \right) q_y + \\ + \left[ -6i\zeta(1+n^2) + 2n \frac{n\Omega - \nu}{\omega} (1 + \zeta^2) - \frac{n(11-16\zeta^2)}{2} + \frac{n\beta^2(1+4\zeta^2)}{6} + \right. \\ \left. + 6i\zeta k_{\perp}^2 \rho^2 \frac{n\Omega - \nu}{\omega} - \frac{(2+n^2)(1-2\zeta^2) + 9in^2\zeta}{k_{\perp}^2 \rho^2} \right] \frac{q^2}{1+4\zeta^2}$$

$$R_6 = k_{\perp}^2 \rho^2 \left[ 6i\zeta + \frac{n}{3} (1-14\zeta^2) \right] \frac{q^2}{1+4\zeta^2}$$

$$R_7 = -\frac{n^2}{k_{\perp}^3 \rho^3} \left\{ ik_{\perp} \rho - i \left( k_{\perp}^2 \rho^2 \frac{\Omega}{\omega} - n \right) q_x + q_y + i \left[ \frac{2+n^2}{k_{\perp} \rho} (1-2\zeta^2) - \frac{k_{\perp} \rho \beta^2}{6} (1+4\zeta^2) - \right. \right. \\ \left. \left. - 2k_{\perp} \rho \frac{n\Omega}{\omega} (1 + \zeta^2) - \frac{1}{2} k_{\perp} \rho (1-8\zeta^2) + \frac{9in\zeta}{k_{\perp} \rho} \right] \frac{q^2}{1+4\zeta^2} \right\}$$

$$R_8 = 2ik_{\perp}^2 \rho^2 + ik_{\perp} \rho \left( 2n + \frac{n}{k_{\perp}^2 \rho^2} - 2k_{\perp}^2 \rho^2 \frac{\Omega}{\omega} \right) q_x + k_{\perp} \rho \left( \frac{n^2}{k_{\perp}^2 \rho^2} - \frac{\nu}{\omega} \right) q_y + \\ + i \left\{ 2(1-2\zeta^2) + 12in\zeta + \frac{n^2}{3} (7-26\zeta^2) + \frac{n\Omega}{\omega} (1+4\zeta^2) - 3i\zeta \frac{n^2\Omega}{\omega} + \right. \\ \left. + \frac{1}{k_{\perp}^2 \rho^2} [3in\zeta(2+n^2) + 3n^2(1-2\zeta^2)] + k_{\perp}^2 \rho^2 \left[ 6i\zeta \frac{\Omega}{\omega} - \frac{\beta^2}{3} (1+4\zeta^2) - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{7-80\zeta^2}{3} - 4 \frac{n\Omega}{\omega} (1-5\zeta^2) \right] \right\} \frac{q^2}{1+4\zeta^2}$$

$$R_9 = -2k_{\perp}^3 \rho^3 q_y + ik_{\perp}^2 \rho^2 \left\{ -6in\zeta - 2(1-2\zeta^2) + k_{\perp}^2 \rho^2 \left[ 6i\zeta \frac{\Omega}{\omega} - \frac{2}{3} (1-14\zeta^2) \right] \right\} \frac{q^2}{1+4\zeta^2}$$

$$R_{10} = -\frac{n^2}{k_{\perp}^3 \rho^3} \beta \left[ ik_{\perp} \rho q_y - \left( 1 - 2\zeta^2 + 3in\zeta - 3i\zeta k_{\perp}^2 \rho^2 \frac{\Omega}{\omega} \right) \frac{q^2}{1+4\zeta^2} \right]$$

$$R_{11} = \beta \left\{ -k_{\perp} \rho - \left( n - k_{\perp}^2 \rho^2 \frac{\Omega}{\omega} \right) q_x + 2ik_{\perp}^2 \rho^2 q_y + \left[ \frac{1}{6} k_{\perp} \rho \beta^2 (1+4\zeta^2) - \frac{3}{2} k_{\perp} \rho + \right. \right. \\ \left. \left. + 2k_{\perp} \rho \frac{n\Omega}{\omega} (1 + \zeta^2) - 6i\zeta k_{\perp} \rho \left( n - k_{\perp}^2 \rho^2 \frac{\Omega}{\omega} \right) - \frac{3in\zeta}{k_{\perp} \rho} - \frac{n^2(1-2\zeta^2)}{k_{\perp} \rho} \right] \frac{q^2}{1+4\zeta^2} \right\}$$

$$R_{12} = \frac{1}{3} k_{\perp}^3 \rho^3 \beta \frac{1-14\zeta^2}{1+4\zeta^2} q^2$$

Calcularea ultimelor trei componente ale tensorului  $\sigma_{ij}$  nu prezintă dificultăți. Componenta după axa  $Oz$  a densității de curent are expresia

$$\delta j_z = e \int_{-\infty}^{\infty} v_{\parallel} dv_{\parallel} \int_0^{\infty} v_{\perp} dv_{\perp} \int_0^{2\pi} \delta f d\varphi \quad (47)$$

Se observă ușor asemănarea dintre (27) și (47). Cu excepția factorului constant, singura deosebire dintre aceste relații constă în apariția factorului  $v_{\parallel}$  în (47). Se pot deci folosi rezultatele obținute la calcularea mărimii  $\eta$ , cu modificarea corespunzătoare a integralelor în raport cu  $v_{\parallel}$ . După efectuarea tuturor înlocuirilor necesare și gruparea adecvată a termenilor, componenta  $\delta j_x$  poate fi scrisă sub forma

$$\delta j_x = \sigma_{xx} \delta E_x + \sigma_{xy} \delta E_y + \sigma_{xz} \delta E_z \quad (48)$$

componentele tensorului  $\sigma$  avînd expresiile

$$\sigma_{xx} = -i(e^2 N^0 / m) (Z_1 + vY_0 Z_4) \quad (49a)$$

$$\sigma_{xy} = -i(e^2 N^0 / m) (Z_2 + vY_0 Z_4) \quad (49b)$$

$$\sigma_{xz} = -i(e^2 N^0 / m) (Z_3 + vZ_0 Z_4) \quad (49c)$$

unde

$$Z_1 = \frac{1}{k_{\parallel} v_T} \left\{ \frac{\omega + iv}{\omega} q_x - k_{\perp} \rho \left[ 2 \frac{\Omega}{\omega} - \frac{\Omega(\omega + iv)}{3k_{\parallel}^2 v_T^2} \right] q^2 + v_T \sum_n (Q_5 A_n + Q_6 A'_n) J_+(\beta) \right\}$$

$$Z_2 = \frac{1}{k_{\parallel} v_T} \left\{ \frac{\omega + iv}{\omega} q_y - ik_{\perp} \rho \left[ \frac{\Omega^2}{6k_{\parallel}^2 v_T^2} + \frac{3v\zeta}{1+4\zeta^2} \right] q_x + v_T \sum_n (Q_8 A_n + Q_9 A'_n + Q_{10} A''_n) J_+(\beta) \right\}$$

$$Z_3 = \frac{1}{k_{\parallel} v_T} \left\{ \frac{\omega + iv}{k_{\parallel} v_T} - \frac{\Omega k_{\perp} \rho}{k_{\parallel} v_T} \left( 1 + \frac{\omega + iv}{\omega} \right) q - \left[ \frac{\omega + iv}{3k_{\parallel} v_T} \left( 1 + \frac{(\omega + iv)^2}{2k_{\parallel}^2 v_T^2} \right) + \frac{\Omega^2 k_{\perp} \rho}{2k v_T} \left( \frac{\omega + iv}{k_{\parallel}^2 v_T^2} - \frac{4(1 + \zeta^2)}{\omega(1 + 4\zeta^2)} \right) \right] q^2 + v_T \sum_n (Q_{12} A_n + Q_{13} A'_n) J_+(\beta) \right\}$$

$$Z_4 = -\frac{1}{k_{\parallel}} \left[ 1 - \frac{(\omega + iv)^2}{6k_{\parallel}^2 v_T^2} q^2 - \sum_n (Q_2 A_n + Q_3 A'_n) J_+(\beta) \right]$$

**Tensorul  $\sigma_y^{(i)}$ .** Fiecare componentă  $\sigma_y$  a tensorului [conductivității] [electrice a plasmei] se compune din doi termeni

$$\sigma_y = \sigma_y^{(e)} + \sigma_y^{(i)}$$

primul termen fiind determinat de electroni (calculat în paragraful precedent), iar al doilea termen, de ioni. Pentru găsirea celor două componente  $\sigma_y^{(i)}$  se pot repeta calculele anterioare, însă rezultatul se poate obține mult mai simplu, ținînd seamă de faptul că viteza de drift a ionilor se consideră neglijabilă. Astfel, este suficient ca în rezultatele obținute pentru electroni să egalăm cu zero viteza de drift și să înlocuim mărimile referitoare la electroni prin mărimile corespunzătoare referitoare la ioni. În acest mod, obținem

$$Q_1^{(i)} = Q_3^{(i)} = Q_4^{(i)} = Q_6^{(i)} = Q_7^{(i)} = Q_8^{(i)} = Q_{10}^{(i)} = Q_{13}^{(i)} = 0$$

$$Q_2^{(i)} = 1, \quad Q_5^{(i)} = -\frac{n}{k_{\perp} \rho} \cdot \frac{1}{v_T}, \quad Q_9 = -i \frac{k_{\perp} \rho}{v_T}, \quad Q_{11} = \frac{1}{k_{\parallel} v_T^2}, \quad Q_{12} = -\frac{\omega - n\Omega_i + iv}{k_{\parallel} v_T^2}$$

$$R_1^{(i)} = R_3^{(i)} = R_4^{(i)} = R_6^{(i)} = R_9^{(i)} = R_{10}^{(i)} = R_{12}^{(i)} = 0$$

$$R_2^{(i)} = k_{\perp} \rho v_T, \quad R_5^{(i)} = -n, \quad R_7^{(i)} = -\frac{m^2}{k_{\perp}^2 \rho^2}, \quad R_8^{(i)} = 2ik_{\perp}^2 \rho^2, \quad R_{11}^{(i)} = -k_{\perp} \rho \frac{\omega - n\Omega_i + iv}{k_{\parallel} v_T}$$

Utilizând aceste valori, determinăm cantitățile  $X_\mu^{(i)}$ ,  $Y_\mu^{(i)}$ ,  $Z_\mu^{(i)}$  ( $\mu = 0, 1, 2, 3, 4$ ), pe care le introducem apoi în expresiile componentelor tensorului  $\sigma^{(i)}$ . Obținem astfel

$$\sigma_{xx}^{(i)} = i \frac{e_i^2 N_i^0}{M} \frac{1}{k_\perp^2 \rho_i^2} \left\{ \sum_n \frac{n^2 A_n J_+}{\omega - n\Omega_i + i\nu_i} + i\nu_i \frac{\left( \sum_n \frac{n A_n J_+}{\omega - n\Omega_i + i\nu_i} \right)^2}{1 - i\nu_i \sum_n \frac{A_n J_+}{\omega - n\Omega_i + i\nu_i}} \right\} \quad (50a)$$

$$\sigma_{xy}^{(i)} = -\sigma_{yx}^{(i)} = -\frac{e_i^2 N_i^0}{M} \left\{ \sum_n \frac{n A'_n J_+}{\omega - n\Omega_i + i\nu_i} + i\nu_i \frac{\sum_n \frac{A'_n J_+}{\omega - n\Omega_i + i\nu_i} \sum_n \frac{n A_n J_+}{\omega - n\Omega_i + i\nu_i}}{1 - i\nu_i \sum_n \frac{A_n J_+}{\omega - n\Omega_i + i\nu_i}} \right\} \quad (50b)$$

$$\sigma_{xz}^{(i)} = \sigma_{zx}^{(i)} = i \frac{e_i^2 N_i^0}{M} \frac{1}{k_\perp \rho_i} \frac{1}{k_\parallel v_{Ti}} \left\{ \sum_n n A_n J_+ - i\nu_i \frac{\left( 1 - \sum_n A_n J_+ \right) \sum_n \frac{n A_n J_+}{\omega - n\Omega_i + i\nu_i}}{1 - i\nu_i \sum_n \frac{A_n J_+}{\omega - n\Omega_i + i\nu_i}} \right\} \quad (50c)$$

$$\sigma_{yy}^{(i)} = i \frac{e_i^2 N_i^0}{M} \left\{ \frac{1}{k_\perp^2 \rho_i^2} \sum_n \frac{n^2 A_n - 2k_\perp^4 \rho_i^4 A'_n}{\omega - n\Omega_i + i\nu_i} + i\nu_i \frac{k_\perp^2 \rho_i \left( \sum_n \frac{A'_n J_+}{\omega - n\Omega_i + i\nu_i} \right)^2}{1 - i\nu_i \sum_n \frac{A_n J_+}{\omega - n\Omega_i + i\nu_i}} \right\} \quad (50d)$$

$$\sigma_{yz}^{(i)} = -\sigma_{zy}^{(i)} = \frac{e_i^2 N_i^0}{M} \frac{k_\perp \rho_i}{k_\parallel v_{Ti}} \left\{ \sum_n A'_n J_+ - i\nu_i \frac{\left( 1 - \sum_n A_n J_+ \right) \sum_n \frac{A'_n J_+}{\omega - n\Omega_i + i\nu_i}}{1 - i\nu_i \sum_n \frac{A_n J_+}{\omega - n\Omega_i + i\nu_i}} \right\} \quad (50e)$$

$$\sigma_{zz}^{(i)} = -i \frac{e_i^2 N_i^0}{M} \frac{1}{k_\parallel^2 v_{Ti}^2} \left\{ (\omega + i\nu_i) \left( 1 - \sum_n A_n J_+ \right) + \Omega_i \sum_n n A_n J_+ - i\nu_i \frac{\left( 1 - \sum_n A_n J_+ \right)^2}{1 - i\nu_i \sum_n \frac{A_n J_+}{\omega - n\Omega_i + i\nu_i}} \right\} \quad (50f)$$

unde  $A_n = A_n(k_\perp^2 \rho_i^2)$  și  $J_+ = J_+(\beta_i)$  cu  $\beta_i = (\omega - n\Omega_i + i\nu_i)/k_\parallel v_{Ti}$ .

**Concluzii.** Rezultatele obținute, concretizate prin formulele (42), (46), (49) și (50), permit determinarea corecției la tensorul permitivității dielectrice

$$\delta \epsilon_{ij}^{(\alpha)} = \frac{4\pi_i}{\omega} \sigma_{ij}^{(\alpha)}$$

Se observă că tensorii  $\sigma_{ij}^{(\alpha)}$  nu sînt simetrici. Această nesimetrie este o consecință a ciocnirilor dintre particule și a abaterii funcției de distribuție staționare față de distribuția maxwelliană.

Deși în lucrare s-au făcut multe presupuneri simplificatoare, totuși expresiile găsite sînt extrem de complicate; din acest motiv este dificil să se stabilească cu ajutorul lor o ecuație de dispersie și în special să se rezolve o asemenea ecuație. Urmează ca rezultatele obținute să fie particularizate pentru anumite cazuri-limită.

#### ANEXA A

Sînt cunoscute [11], [12] relațiile de recurență satisfăcute de funcțiile Bessel

$$zJ'_n(z) = nJ_n(z) - zJ_{n+1}(z) \quad (\text{A.1})$$

$$zJ'_n(z) = -nJ_n(z) + zJ_{n-1}(z) \quad (\text{A.2})$$

cu ajutorul acestor relații, se pot exprima funcțiile Bessel de ordin mai înalt, prin  $J_n$  și prima sa derivată. Se obține astfel

$$J_{n\pm 1}(z) = \frac{n}{z} J_n(z) \mp J'_n(z) \quad (\text{A.3})$$

$$J_{n\pm 2}(z) = \left[ \frac{2n(n\pm 1)}{z^2} - 1 \right] J_n(z) \mp \frac{2(n\pm 1)}{z} J'_n(z) \quad (\text{A.4})$$

$$J_{n\pm 3}(z) = \left[ \frac{4n(n\pm 1)(n\pm 2)}{z^3} - \frac{3n\pm 4}{z} \right] J_n(z) \mp \left[ \frac{4(n\pm 1)(n\pm 2)}{z^2} - 1 \right] J'_n(z) \quad (\text{A.5})$$

Aceste relații au fost utilizate pentru stabilirea ecuației (29).

#### ANEXA B.

Funcția  $A_n(k_{\perp}^2 \rho^2)$  este definită prin (34). Ținînd seamă de proprietățile funcțiilor Bessel de argument imaginar [11], [12], se pot stabili următoarele relații

$$A_n(z) = A_{-n}(z) \quad (\text{B.1})$$

$$\sum_n A_n(z) = 1 \quad \sum_n A'_n(z) = 0 \quad \sum_n A''_n(z) = 0 \quad (\text{B.2})$$

$$\sum_n n A_n(z) = 0 \quad \sum_n n A'_n(z) = 0 \quad \sum_n n A''_n(z) = 0 \quad (\text{B.3})$$

$$\sum_n n^2 A_n(z) = z \quad \sum_n n^2 A'_n(z) = 1 \quad \sum_n n^2 A''_n(z) = 0 \quad (\text{B.4})$$

$n$  ia valori întregi de la  $-\infty$  la  $+\infty$ .

#### ANEXA C

Una dintre integralele care apar în (31), este un caz particular al integralei Weber [11]

$$\int_0^{\infty} e^{-\frac{v_{\perp}^2}{2v_{\perp}^2}} J_n^2\left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\Omega}\right) v_{\perp} dv_{\perp} = v_{\perp}^2 A_n(k_{\perp}^2 \rho^2) \quad (\text{C.1})$$

Derivând succesiv în ambii membri în raport cu parametrul  $v_{\perp}$ , obținem

$$\int_0^{\infty} e^{-\frac{v_{\perp}^2}{2v_{\perp}^2}} J_n^2 v_{\perp}^3 dv_{\perp} = 2v_{\perp}^4 (A_n + k_{\perp}^2 \rho^2 A_n') \quad (\text{C.2})$$

$$\int_0^{\infty} e^{-\frac{v_{\perp}^2}{2v_{\perp}^2}} J_n^2 v_{\perp}^5 dv_{\perp} = 4v_{\perp}^6 (2A_n + 4k_{\perp}^2 \rho^2 A_n' + k_{\perp}^4 \rho^4 A_n'') \quad (\text{C.3})$$

$$\int_0^{\infty} e^{-\frac{v_{\perp}^2}{2v_{\perp}^2}} J_n^2 v_{\perp}^7 dv_{\perp} = 8v_{\perp}^8 (6A_n' + 18k_{\perp}^2 \rho^2 A_n' + 9k_{\perp}^4 \rho^4 A_n'' + k_{\perp}^6 \rho^6 A_n''') \quad (\text{C.4})$$

Pentru calcularea integralelor care conțin prima derivată a funcției Bessel, se efectuează o integrare prin părți și se folosește (C.2). Se găsește

$$\int_0^{\infty} e^{-\frac{v_{\perp}^2}{2v_{\perp}^2}} J_n J_n' v_{\perp}^2 dv_{\perp} = v_{\perp}^3 k_{\perp} \rho A_n' \quad (\text{C.5})$$

Derivând această relație în raport cu parametrul  $v_{\perp}$  se obține

$$\int_0^{\infty} e^{-\frac{v_{\perp}^2}{2v_{\perp}^2}} J_n J_n' v_{\perp}^4 dv_{\perp} = 2v_{\perp}^5 k_{\perp} \rho (A_n' + k_{\perp}^2 \rho^2 A_n'') \quad (\text{C.6})$$

$$\int_0^{\infty} e^{-\frac{v_{\perp}^2}{2v_{\perp}^2}} J_n J_n' v_{\perp}^6 dv_{\perp} = 4v_{\perp}^7 k_{\perp} \rho (3A_n' + 5k_{\perp}^2 \rho^2 A_n'' + k_{\perp}^4 \rho^4 A_n''') \quad (\text{C.7})$$

În integralele care conțin produsul a două derivate de funcții Bessel se utilizează (A.1), (A.3) și (C.2), (C.6). După calcule lungi, dar care nu prezintă dificultăți principale, se obține

$$\int_0^{\infty} e^{-\frac{v_{\perp}^2}{2v_{\perp}^2}} J_n J_n' v_{\perp}^2 dv_{\perp} = v_{\perp}^4 \left( \frac{n^2}{k_{\perp}^2 \rho^2} A_n - 2k_{\perp}^2 \rho^2 A_n' \right) \quad (\text{C.8})$$

și după derivarea în raport cu  $v_{\perp}$

$$\int_0^{\infty} e^{-\frac{v_{\perp}^2}{2v_{\perp}^2}} J_n J_n' v_{\perp}^5 dv_{\perp} = 2v_{\perp}^6 \left[ \frac{n^2}{k_{\perp}^2 \rho^2} A_n + (n^2 - 6k_{\perp}^2 \rho^2) A_n' - 2k_{\perp}^4 \rho^4 A_n'' \right] \quad (\text{C.9})$$

## ANEXA D

Cu ajutorul funcției de dispersie a plasmei (32) se pot exprima toate integralele în raport cu  $v_{\parallel}$  din formula (31). După calcule simple, se obțin următoarele rezultate

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\frac{v_{\parallel}^2}{2v_T^2}} dv_{\parallel}}{\omega - n\Omega + iv - k_{\parallel} v_{\parallel}} = \frac{\sqrt{2\pi}}{k_{\parallel} \beta} J_+(\beta) \quad (D.1)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\frac{v_{\parallel}^2}{2v_T^2}} v_{\parallel} dv_{\parallel}}{\omega - n\Omega + iv - k_{\parallel} v_{\parallel}} = \frac{\sqrt{2\pi} v_T}{k_{\parallel}} [J_+(\beta) - 1] \quad (D.2)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\frac{v_{\parallel}^2}{2v_T^2}} v_{\parallel}^2 dv_{\parallel}}{\omega - n\Omega + iv - k_{\parallel} v_{\parallel}} = \frac{\sqrt{2\pi} v_T^2}{k_{\parallel}} \beta [J_+(\beta) - 1] \quad (D.3)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\frac{v_{\parallel}^2}{2v_T^2}} v_{\parallel}^3 dv_{\parallel}}{\omega - n\Omega + iv - k_{\parallel} v_{\parallel}} = \frac{\sqrt{2\pi} v_T^3}{k_{\parallel}} [\beta^2 J_+(\beta) - \beta^2 - 1] \quad (D.4)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\frac{v_{\parallel}^2}{2v_T^2}} v_{\parallel}^4 dv_{\parallel}}{\omega - n\Omega + iv - k_{\parallel} v_{\parallel}} = \frac{\sqrt{2\pi} v_T^4}{k_{\parallel}} \beta [\beta^2 J_+(\beta) - \beta^2 - 1] \quad (D.5)$$

(Intrat în redacție la 25 septembrie 1970)

## BIBLIOGRAFIE

1. Silin, V P., Rukhadze, A A, *Elektromagnitnie svoystva plazmi i plazmopodobnih sred* Moskva, 1961
2. Stix, T.H., *The theory of plasma waves*, New York, 1963.
3. Ginzburg, V L, *Rasprostraneniye elektromagnitnih voln v plazme*, Moskva, 1960
4. Deutsch, R V, *Unde magnetohidrodinamice*, București, 1969.
5. Bhatnagar, P L, Gross, E P., Krook, M, „Phys Rev”, **94**, 511, 1954
6. Gross, E P, Krook, M, „Phys Rev”, **102**, 593, 1956.
7. Milić, B, Rukhadze, A. A., „Jurn. Tekhn Fiziki”, **38**, 229, 1968
8. Cristea, M, Milić, B, *Longitudinal permeability of weakly ionized plasma in crossed E and B fields*, Institute of Physics, Belgrade, Int. Rep nr. 240/1970
9. Sitenko, A G, Stepanov, K N, „Jurn Experim i Teoret Fiziki”, **31**, 642, 1955.
10. Bernstein, J B, „Phys Rev”, **109**, 10, 1958.
11. Watson, G M, *A treatise on the theory of Bessel functions*, New York, 1945
12. Gradstein, I S, Ryzik, I M, *Tablitsy integralov, summ, ryadov i proizvedenii*, Moskva, 1962.

ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ СЛАБО ИОНИЗИРОВАННОЙ ПЛАЗМЫ,  
РАСПОЛОЖЕННОЙ В ПЕРЕКРЕСТНЫХ ПОЛЯХ

(Резюме)

Определяется диэлектрическая проницаемость слабо ионизированной плазмы, расположенной в перекрестных  $\vec{E}_0$  и  $\vec{B}_0$  полях. Гомогенная и бесконечная плазма описана кинетическим уравнением с интегралом столкновения типа Батнагар — Гросс — Крук. Изучается лишь случай когда волновой вектор пертурбации расположен в плоскости, определённой векторами  $\vec{E}_0$ ,  $\vec{B}_0$ .

PERMITIVITÉ DIÉLECTRIQUE D'UN PLASMA FAIBLEMENT IONISÉ PLACÉ DANS  
DES CHAMPS CROISÉS

(Résumé)

L'auteur détermine la permittivité diélectrique d'un plasma faiblement ionisé situé dans des champs  $\vec{E}_0$  et  $\vec{B}_0$  croisés. Le plasma homogène et infini est décrit par une équation cinétique à intégrale de collision du type Bhatnagar-Gross-Krook. On étudie seulement le cas où le vecteur d'onde de la perturbation est situé dans le plan déterminé par les vecteurs  $\vec{E}_0$ ,  $\vec{B}_0$ .



# ÜBER DIE WECHSELWIRKUNG POLARISierter ELEMENTARTEILCHEN

Z. GÁBOS

Sei  $P$  ein — in einer Reaktion zwischen Elementarteilchen entstandenes — Elementarteilchen, mit der Ruhemasse  $m_0$  und Spin  $s$ . In der Literatur [1], [2], [7] wurde die Polarisierung des Teilchen  $P$  mit niedrigem Spin  $s = 1/2, 1$  studiert. In dieser Arbeit werden die Ergebnisse verallgemeinert (es werden Elementarteilchen mit beliebigen  $s$  in Betracht gezogen), und für Anwendungen nützliche Berechnungen durchgeführt

## 1°. Fundamentale Hypothesen, grundlegende Beziehungen, Problemstellung.

A) Wir setzen voraus dass

a) der Zustand des Elementarteilchens  $P$  mit dem spin  $s$ , mit Hilfe der Wellenfunktionen Joos—Weinberg's [3], [34]

$$\psi = u \exp(ipx) \quad (1)$$

— wo  $u$  ein Spinor zweiter Stufe mit  $2(2s + 1)$  Komponenten ist — beschrieben werden kann;

b) die Übergangsamplitude für die Erzeugungsreaktion des Teilchen  $P$  folgende Struktur hat:

$$M_{i \rightarrow f} = \bar{u}(\alpha) R(\alpha), \quad \alpha = 1, 2(2s + 1) \quad (2)$$

wo

$$\bar{u} = u^\dagger \gamma_{44} \quad \text{und} \quad \gamma_{44} = (-1)^{2s+1} \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}.$$

( $I$  ist die  $(2s + 1) \times (2s + 1)$  Einheitsmatrix,  $R$  enthält sich auf die Reaktionspartner beziehende Informationen)

B) Der Spinor zweiter Stufe  $u$  kann eindeutig als Linearkombination von  $2s + 1$  Grundspinoren zweiter Stufe, welche ein orthonormiertes Basissystem bilden, dargestellt werden

$$u = \sum_{j=1}^{2s+1} c_j u_j. \quad (3)$$

Bekanntlich wird der Polarisationszustand des Elementarteilchens mit Hilfe der Spin-Dichtematrix ( $\rho$ )

$$\rho_{kj} = c_k c_j^*, \quad k, j = \overline{1, 2s+1} \quad (4)$$

und der kovarianten Polarisationsmatrix ( $P$ )

$$P_{\alpha\beta} = u(\alpha) \bar{u}(\beta), \quad \alpha, \beta = \overline{1, 2(2s+1)} \quad (5)$$

beschrieben.

Aus den Gln. (3), (4), (5) erhält man

$$P_{\alpha\beta} = \rho_{kj} (P_{kj})_{\alpha\beta}, \quad (6)$$

mit

$$(P_{kj})_{\alpha\beta} = u_k(\alpha) \bar{u}_j(\beta) \quad (7)$$

Sowohl  $\rho$  als auch  $P$  sind linear von den Polarisationsparametern

$$t_{i_1 i_2 \dots i_n}^{(n)}, \quad n = \overline{0, 2s}, \quad i_k = \overline{1, 3} \quad (8)$$

abhängig. Die Polarisationsparameter sind symmetrisch in bezug auf die Indizes  $i_k$  und die Verjüngung bezüglich zweier Indizes ist Null.

Es gilt [9]

$$\rho = \sum t_{i_1 i_2 \dots i_n}^{(n)} T_{i_1 i_2 \dots i_n}^{(n)}, \quad t_{i_1 i_2 \dots i_n}^{(n)} = Sp(\rho T_{i_1 i_2 \dots i_n}^{(n)}), \quad (9)$$

und [10]

$$P(\vec{p}) = L(-\vec{p}) P(0) L(\vec{p}), \quad \text{mit} \quad P(0) = \frac{1}{2} (-1)^{2s+1} \begin{pmatrix} \rho & -\rho \\ -\rho & \rho \end{pmatrix}. \quad (10)$$

$L(\vec{p})$  ist der Lorentz-Transformationsoperator, und die  $(2s+1) \times (2s+1)$  Matrizen

$$T_{i_1 i_2 \dots i_n}^{(n)}$$

sind in den Arbeiten [8], [5], [6], [9], [10] definiert.

C) Die Elementarteilchen  $P$  werden von einem Analysator registriert (oder gefiltert). Der Analysator ist scharf auf eine bestimmte Überlagerung von Basisspinoren zweiter Stufe eingestellt

$$u^{(d)} = \sum c_j^{(d)} u_j \quad (11)$$

(die Grossen  $c_j^{(d)}$  sind ausschliesslich vom Analysator abhängig)

Die Dichtematrix des Analysators wird dann durch

$$\rho_{kj}^{(d)} = c_k^{(d)} c_j^{(d)*} \quad (12)$$

definiert. Die Empfindlichkeit des Analysators kann durch den Beitrag der Parameter

$$d_{i_1 i_2 \dots i_n}^{(n)} \quad (13)$$

veranschaulicht werden; diese erfüllen die gleichen Bedingungen wie die Parameter (8). Es gilt

$$\rho^{(d)} = \sum d_{i_1 i_2 \dots i_n}^{(n)} T_{i_1 i_2 \dots i_n}^{(n)} \quad (14)$$

Mit Hilfe des Spinors zweiter Stufe  $u^{(d)}$  können wir eine Matrix  $P^{(d)}$  definieren

$$P_{\alpha\beta}^{(d)} = u^{(d)}(\alpha) \bar{u}^{(d)}(\beta) = \rho_{kj}^{(d)} (P_{kj})_{\alpha\beta}. \quad (15)$$

Zusätzlich haben wir

$$t^{(0)} = d^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{2s+1}}, \quad T_{kj}^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{2s+1}} \delta_{kj}. \quad (16)$$

In Fortsetzung werden wir, auf Grund der aufgezählten Gleichungen, die Wahrscheinlichkeit der Erzeugung eines Elementarteilchens mit bestimmter Polarisation, und die entsprechenden Polarisationsparameter berechnen.

**2°. Ergebnisse.** Die Wahrscheinlichkeit dass der, durch  $d_{i_1 i_2 \dots i_n}^{(n)}$  gekennzeichnete, Analysator ein Teilchen mit bestimmter Polarisation registriert ist:

$$|M_{i \rightarrow f}^{(d)}|^2 = |\bar{u}^{(d)} R|^2. \quad (17)$$

Durch einfache Berechnungen erhalten wir

$$|M_{i \rightarrow f}^{(d)}|^2 = Sp(P^{(d)} M),$$

wobei  $M$  eine  $2(2s+1) \times 2(2s+1)$  Matrix ist:

$$M_{\alpha\beta} = R(\alpha) \bar{R}(\beta), \quad \text{mit } \bar{R} = R^+ \gamma_{44} \dots 4.$$

Unter Verwendung der Gleichungen (15), (14), (16) erhalten wir für die gesuchte Wahrscheinlichkeit

$$|M_{i \rightarrow f}^{(d)}|^2 = \frac{1}{2s+1} \sum_k Sp(P_{kk} M) + \sum_{n=1}^{2s} d_{i_1 i_2 \dots i_n}^{(n)} (T_{i_1 i_2 \dots i_n}^{(n)})_{kj} Sp(P_{kj} M). \quad (18)$$

Man kann leicht beweisen dass uns dieser Ausdruck zu den Werten der Polarisationsparameter des Elementarteilchens  $P$  führt.

Die Registrierwahrscheinlichkeit eines Teilchens mit den Polarisationsparametern

$$t_{i_1 i_2 \dots i_n}^{(n)}$$

ist proportional mit [2]

$$Sp(PP^{(d)}).$$

Die Gleichungen (9), (10) und (14) führen zu

$$Sp(PP^{(d)}) = \frac{1}{2s+1} + \sum_{n=1}^{2s} d_{i_1 i_2 \dots i_n}^{(n)} t_{i_1 i_2 \dots i_n}^{(n)}. \quad (19)$$

Aus dem Vergleich von Gl. (18) und Gl. (19) folgt

$$t_{i_1 i_2 \dots i_n}^{(n)} = \sum_{k, j} (T_{i_1 i_2 \dots i_n}^{(n)})_{kj} \frac{Sp(P_{kj}M)}{Sp(P_{kk}M)}. \quad (20)$$

Hieraus wird ersichtlich, dass Gl. (18) alle Informationen bezüglich der Polarisation des Elementarteilchens enthält.

Die Gl. (20) kann auch auf eine andere Art abgeleitet werden. Nach Einführung der Bezeichnung

$$M_{i \rightarrow f}^{(j)} = \bar{u}_j(\alpha) R(\alpha) \quad (21)$$

erhält die Spin-Dichtematrix des Elementarteilchens  $P$  folgendes Aussehen [2]:

$$\rho_{jk} = \frac{M_{i \rightarrow f}^{(j)} M_{i \rightarrow f}^{(k)*}}{\sum_k |M_{i \rightarrow f}^{(k)}|^2}. \quad (22)$$

Dieser Ausdruck verwandelt sich unter Verwendung von Gln. (21), (7) in

$$\rho_{jk} = \frac{Sp(P_{kj}M)}{\sum_k Sp(P_{kk}M)},$$

von wo, wegen Gl. (9), die Gl. (20) folgt.

Wenn das Elementarteilchen  $P$  schon im Anfangszustand anwesend ist, dann gilt

$$R = Qu^{(in)}$$

mit folgenden Bedeutungen:  $u^{(in)}$  ist der Spinor zweiter Stufe des Elementarteilchens im Anfangszustand,  $Q$  eine  $2(2s+1) \times 2(2s+1)$  Matrix, welche Daten bezüglich der Reaktionspartner enthält.

Die oben abgeleiteten Gleichungen bleiben gültig wenn man

$$M = QP^{(in)}\bar{Q}$$

einsetzt;  $P^{(in)}$  ist die kovariante Polarisationsmatrix des Elementarteilchens im Anfangszustand

$$P_{\alpha\beta}^{(in)} = u^{(in)}(\alpha) \bar{u}^{(in)}(\beta),$$

und

$$\bar{Q} = \gamma_{44} \cdot Q + \gamma_{44} \cdot 4.$$

Da  $\rho^{(in)}$  linear von den Polarisationsparametern

$$\left[ t_{i_1 i_2 \dots i_n}^{(n)} \right]^{(in)}$$

abhängig ist, gibt uns Gl. (20) Aufschluss über die Abhängigkeit der Endpolarisation von der Anfangspolarisation des Teilchens  $P$ .

## L I T E R A T U R

- 1 H P Stapp, Phys Rev , **103**, 425 (1956)
- 2 A I Ahiezer, V B. Beresteckij, *Kvantovaya elektrodinamika*, Izd vtoroje, Moskva, 1959, p 270—271, Izd tretie, Moskva, 1969, p 253—255
- 3 H Joos, Fortschritte der Physik, **10**, 65 (1962).
- 4 S Weinberg, Phys Rev, **133**, B 1318 (1964).
- 5 A Sankaranarayanan, R H Good, jr, II Nuovo Cimento, **36**, 1303, (1965).
- 6 D Shay, H. S Song, R. H. Good, jr, Suppl Nuovo Cimento, **3**, 455 (1965)
- 7 A Sankaranarayanan, R H Good, jr, II Nuovo Cimento, **38**, 889 (1965)
- 8 Ch Zemach, Phys Rev, **140**, B. 97 (1965)
- 9 A Sankaranarayanan, II Nuovo Cimento, **41**, 532 (1966)
- 10 Z Gábos, Studia Universitatis Babeş—Bolyai, series Math -Phys, fasc 2, (1968) p 85.

## ASUPRA INTERACȚIEI PARTICULELOR POLARIZATE

(R e z u m a t)

In lucrare se studiază polarizarea unei particule — cu spin arbitrar și cu masa de repaos diferită de zero — care este produsă într-o reacție între particule elementare. Generalizând unele rezultate obținute pentru  $s = 1/2, 1$ , se stabilesc rezultate utile pentru aplicații practice.

## О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЧАСТИЦ

(Р е з ю м е)

В статье изучается поляризация частицы — с произвольным спином и с различной от нуля массой покоя, — порожденной реакцией между элементарными частицами. Обобщая некоторые результаты, полученные для  $s = 1/2, 1$ , устанавливаются результаты, пригодные для практических применений.



# CONSIDERAȚII ASUPRA CORELAȚIEI DINTRE PROPAGAREA TRANS-ORIZONTALĂ A UNDELOR VHF ȘI TIPURILE DE ZI ALE STRATURILOR IONOSFERICE E<sub>s</sub> DIN ZONA TEMPERATĂ (I).

T. I. LÁSZLÓ

**I. Introducere.** În ciuda eforturilor experimentale și teoretice din ultimii ani, *cunoașterea structurii ionosferei* calme între 90—200 km rămîne încă nesigură în unele aspecte majore și mai ales aceea a straturilor cu caracter aleator. Din cauza complexității fenomenelor, insuficiențelor tehnice (măsurători *in situ* sînt executabile numai cu rachete, sateliții nu pot evolua durabil la aceste înălțimi) și faptului că procesele se sustrag unui control experimental de laborator (singura posibilitate de verificare fiind aceea oferită de natură), *explicațiile mecanismului* cauzal nu sînt întotdeauna univoce. Deși existența stratului E<sub>s</sub> a fost sesizată cu 4 decenii înainte [1], originea diferitelor tipuri de ionizare E<sub>s</sub> nu este explicată pe deplin.

Intensificarea studiului stratului E<sub>s</sub> este cerută impetuos și din motive practice. Ionizarea E<sub>s</sub> joacă un rol important în propagarea transorizontală a undelor VHF, reduce, respectiv mărește zona moartă corespunzătoare reflexiei 1 × F2 la propagarea undelor HF prin reflexie-A la un salt scurt (short-skip) respectiv prin reflexie-M la un salt lung (long-skip). Reflexiile de pe creasta stratului E<sub>s</sub> la frecvențe  $f > 5$  MHz provoacă sciuitația semnalelor extraterestre. Dezvoltarea navigației aeriene (în special în regiunile polare) și telecomunicațiilor cosmice este strîns legată de succesul acestor cercetări.

După cunoștințele noastre actuale *regiunea ionosferică E* se compune din 2 componente de comportări diferite

1. *Stratul normal E* gros, cel mai regulat strat al ionosferei [2], are o concentrație electronică  $N$  maximă  $N_M$  și o frecvență critică  $f_0E^1$  care urmează precis (cu o dispersie de  $\pm 6\%$ ) unghiul zenital  $x$  în dependență de media lunară  $\bar{R}$  a numărului relativ al petelor solare de Zürich  $R$ . Apare ca :

1.1. *strat de zi* permanent cu o ionizare intensă în jurul înălțimii aparente  $h' = 110$  km și cu un minim al profilului  $N(h')$  între 115—120 km, avînd în struc-

---

<sup>1</sup>  $f_0$  (critical frequency) frecvența critică    frecvența maximă la care stratul reflectă și transmite,  
 $f_t$  (top frequency) frecvența finală    frecvența maximă la care se obține reflexie de pe strat,  
 $f_b$  (blanketing frequency) frecvența de ocultație    frecvența minimă la care stratul devine transparent,  
 $f_{min}$  (minimum frequency) frecvența minimă    frecvența minimă la care se mai obține încă reflexie de pe strat [3].

tura sa fină un strat superior E2 tranzitoriu subțire cu  $N_M E2 > 10^4 - 10^5$  și un strat inferior E1 stabil, gros, cu  $N_M E1 < 10^4 - 10^5 \frac{e}{\text{cm}^3}$ ,

1.2. strat de noapte ocazional cu o ionizare reziduală scăzută între 90–120 km și cu un minim al profilului  $N(h')$  în jurul lui  $h' = 130$  km, avînd în structura sa fină: un strat superior E–I intermediar gros cu  $N_M E - I < 10^2$  și un strat inferior E–N de noapte subțire cu  $N_M E - N \approx 10^2 - 10^4 \frac{e}{\text{cm}^3}$

2. Stratul sporadic Es (anormal), cel mai subțire strat și cu caracterul cel mai aleator al ionosferei [4] nu poate fi redus la nici unul dintre straturile bine definite de tip parabolic sau Chapman [5], reprezentînd o creștere sensibilă, dar instabilă a concentrației electronice (comparabilă cu aceea a stratului F2 de  $N_M F2 \approx 10^5 - 10^6$ ), în straturi neomogene cvaziorizontale. Stratul fiind subiectul evaluărilor mai mult statistice decît de precizie, apariția și parametrii lui sînt imprevizibili. Stratul Es se referă la acele fenomene care se desfășoară la nivelul stratului E, dar suprapuse și independente de fenomenele care îl generează. Procesele sînt distincte în zonele [6].

2.1. ecuatorială, centrată puternic pe dip-ecuatorul magnetic  $\frac{05 N}{05 S} > \psi$  (stratul parvenit din jetul electronic ecuatorial este explicat în termenii unui mecanism al instabilității plasmei de curenț-dublu),

2.2. aurorală, centrată în jurul polilor geomagnetici  $\frac{90 N}{90 S} > \psi > \frac{60 N}{60 S}$  (stratul parvenit din precipitarea particulelor electrizate de energii mici în atmosfera superioară este explicabil în termenii unui mecanism de accelerare în urma circulației magnetosferice),

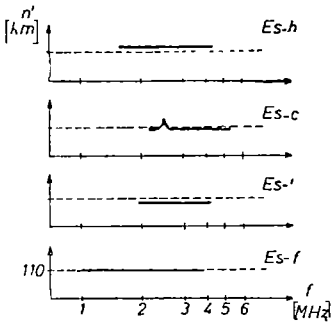


Fig. 1 Tipurile standardizate ale stratului sporadic E din zona temperată [9]

23 temperată, din regiunea de întrepătrundere  $\frac{60 N}{60 S} > \psi > \frac{05 N}{05 S}$  în care atmosfera neutră este încă efectivă în mișcarea particulelor electrizate, iar cîmpul geomagnetic exercită o influență sensibilă (stratul nu este explicabil în termenii unui singur mecanism).

Din punct de vedere fenomenologic este inevitabilă clasificarea straturilor Es predominante după

a) formele de apariție ale reflexiei pe ionogramele  $h'(f)$  [7, 8] (clasificare internațional standardizată [9]) în (fig 1) [10, 11] tipuri de zi:

Es–h (high = superior) deasupra înălțimii densității electronice maxime a stratului normal E ( $h' > h_M E = 110$  km),

Es–c (cusp = punct osculant) între înălțimea densității electronice maxime și minimul înălțimii aparente a stratului normal E ( $h_M E > h' > h_{min} E$ ), avînd un vîrf destul de simetric pe ionogramă în jurul frecvenței critice  $f_o E$ ,

Es–l (low = inferior): dedesubtul stratului normal E ( $h_{min} E = 95$  km  $> h'$ ) (și încă în 4 tipuri pentru zonele netemperate),



tip preferențial de noapte

$E_s-f$  (flat = plat): la care înălțimea punctului de reflexie în aparență nu variază cu creșterea frecvenței;

b) *developarea stratului* [12] dintr-o deformare (bump=nod) mică și de scurtă durată (transitorium) a profilului  $N(h')$  care (concomitent cu îngustarea deformării și cu creșterea lui  $N$ ) se deplasează în jos [13] pînă la nivelul regiunii E la:

*forma descendentă* (sequential  $E_s$ ) din regiunea  $F_a^-$  (tip exclusiv de zi) [14],

*forma de înălțime constantă* (constant height  $E_s$ ) ocultantă, din partea superioară a regiunii E (tip și de zi, și de noapte) [12],  
(straturi netransparente și cu un  $f_oE_s$  mărit [15, 16]);

c) *morfologia stratului* [17] în tipul:

$m_1-E_s$ : stratificat, format dintr-un nor conturat de o întindere considerabilă, puternic ionizat, cu un singur maxim în profilul  $N(h')$  [48],

$m_2-E_s$ : difuz, format din bule (blobs) de dimensiuni mici [18], mediocru ionizate, cu o serie de maxime fluctuante (cu  $\pm 20\%$ ) în profilul  $N(h')$  [48].

Cu toate că clasificarea internațională este nesatisfăcătoare [19, 20] chiar și vulnerabilă în lipsa rațiunii fizice în distingerea acestor tipuri [21], comunicările ionosondelor persistă pe lângă aceste prescripțiuni [22, 23].

*Reflexiile* de pe  $E_s$  temperat pot fi explicate cu 3 feluri de structuri ale straturilor:

a) *reflexii regulate* puternice de pe straturi subțiri și de întindere orizontală apreciabilă,

b) *reflexii parțiale* mediocre de pe gradienti mari de concentrație electronică în trepte de  $10^3 \frac{e}{\text{cm}^3}/\text{km}$  [24],

c) *reflexii difuze* slabe de pe neomogeneități, centre de împrăștiere puternic reflectante, înfundate în stratul  $E$ , contribuind la reflexie și straturile mai slab reflectante de deasupra acestora. (Reflexiile de primul și ultimul tip sînt verificate prin numeroase măsurători cu rachete).

Ionosfera nu este în general un mediu în cvaziechilibru, cel puțin pe durata efectelor perturbatoare, iar regiunea de 100—120 km în special [25] se găsește în *turbopauză*, din care motiv reflexiile sînt inevitabil influențate de procese mecanice și termice.

**II. Metoda de lucru.** Pentru a selecta din *observațiile zilnice* făcute la Cluj (46N45, 23E37) [26] un material util pentru studiul corelației dintre propagarea transorizantală a undelor VHF din banda I de televiziune ( $f = 41-68$  MHz) și tipurile de zi  $E_s$ , a fost necesar să se găsească o *linie de măsură adecvată* la care:

a) identificarea sigură a posturilor este posibilă și, în funcție de aceasta, b) în apropierea punctului de reflexie există ionosonde care controlează permanent apariția diferitelor tipuri  $E_s^2$  — *Posturile engleze* (BBC) satisfac prima condiție, fiind singurele care lucrează după norma D ușor de recunoscut. Alegerea lor mai prezintă avantajul că a) în fiecare canal al benzii I funcționează numai cîte un singur post

<sup>2</sup> Nu atît  $f_oE_s$  din punctul de reflexie este determinant pentru intensitatea reflexiei cît mai mult apariția unei ionizări  $E_s$  într-un domeniu mai vast din împrejurimea lui [27].

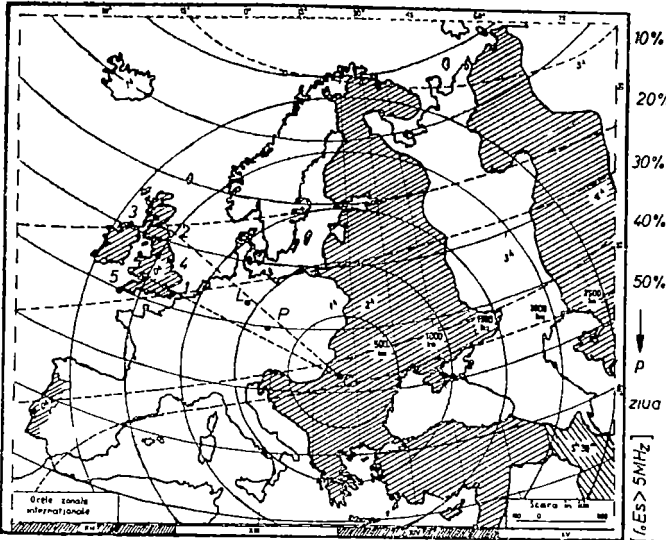


Fig. 2 [Amplasarea geografică și datele caracteristice ale posturilor de televiziune recepționate Pe hartă regiunile zonale XII—XIV, zonele de recepție pe cîte 500 km; zonele de probabilitate de 10—50% a frecvenței de apariție (ziua pentru  $f_0$  Es > 5 MHz [10])

puternic<sup>3</sup>, b) unghiul azimutal sub care observatorul vede aceste surse are o deschidere mică ( $\varphi < 12^\circ$ ), c) lungimea liniilor de măsură<sup>4</sup> variază puțin ( $\pm 9,4\%$ ) față de valoarea medie a lor ( $d \approx 2000$  km) (fig. 2). — Pentru punctul de reflexie (la canalul I: 49N52, 12E30) sînt apte ionosondele din Lindau/Harz (R.F.G.) (51N39, 10E07) și Prùhonice (R.S.C.S.) (49N57, 14E33) (fig. 3).

Studiul terestru al stratului E<sub>s</sub> cu ajutorul reflexiei la incidență oblică este inerent îngreunat prin faptul că:

#### Posturile de televiziune BBC din banda I.

Nr.	Post recepționabil	canal TV	coordonate geografice		d [km]	h [m]	f [MHz]	P [kW]	Polarizare
			$\varphi$	$\lambda$					
1	Cristal Palace/London	1	51N30	00E00	1819	500	45,00	200	V
2	Holme Moss/Huddersfield	2	53N37	02W08	2024	500	51,75	100	V
3	Kirk o'Shotts/Glasgow	3	55N50	04W16	2193	400	56,75	100	V
4	Sutton Coldfield/Birmingham	4	55N27	01W52	1964	400	61,75	100	V
5	Wenvoe/Cardiff	5	51N28	03W11	2036	400	66,75	100	V

a) lungimea de undă  $\lambda_0$  ce corespunde frecvenței critice  $f_0$  (legea cosinusului fiind valabilă [28])<sup>4</sup>

$$\lambda_0 = c \sqrt{\frac{4\pi^2 \epsilon_0}{Ne^2} \times \sqrt{1 - \frac{\cos^2 \delta}{\left(1 + \frac{h'}{R_0}\right)^2}} \quad [m]$$

este deseori comparabilă cu dimensiunile configurațiilor reflectante<sup>5</sup>, deci numai înălțimea virtuală  $h'$  poate fi determinată cu exactitate ( $\pm 5$  km), dar nu și microstructura profilului vertical  $N(h')$  și orizontal  $N(d)$ ,

<sup>3</sup> Practic au fost recepționate numai posturi aparținînd canalului 1, 2, 3

<sup>4</sup> În formulă  $c$  = viteza luminii,  $\epsilon_0$  = permitivitatea vidului,  $N$  = concentrația electronică,  $e$  = sarcina iar  $m$  = masa electronului,  $\delta$  = unghiul de elevație a emisiei,  $h'$  = înălțimea virtuală a stratului,  $R_0$  = raza de curbură a Pămîntului.

<sup>5</sup> La incidență a) perpendiculară  $f_0 = 3 - 7$  MHz corespunde la un  $\lambda_0 = 100 - 42,75$  m, b) oblică  $f_0 = 30 - 50$  MHz corespunde la un  $\lambda_0 = 10 - 6$  m.

b) apariția stratului este limitată și în timp și în spațiu, deci din măsurători nu pot fi obținute valori medii ci numai mediane, respectiv reprezentări procentuale ale timpului în care apare o ionizare Es peste o frecvență limită (de exemplu  $f_0 E_s > 3, 5, 7$  MHz),

c) în cazul reflexiilor multiple  $2 \times E$  și  $2 \times F$  determinarea frecvenței de ocultație  $f_b E_s$  este dificilă, deci numai înălțimea virtuală  $h'$  și frecvența finală  $f_b E_s$  poate fi selecționată cu siguranță,

d) scara de distanță

a variației lui  $f_0 E_s$  (și mai ales a lui  $f_b E_s$ ) este cea mai mică dintre parametrii tuturor celorlalte straturi<sup>6</sup>, deci nu este exclus ca, chiar la distanțe mici, să nu existe legătură statistică dintre ionizările locale Es,

e) funcția de autocorelație temporală (cu o semilățime de 1–2 ore [32, 33]) și cea spațială (cu o semilățime de 200 km [33, 34]) indică numai probabilitatea apariției dar nu și persistența ionizării Es în acest interval de timp, respectiv zonei Es în acea întindere orizontală.

Pe baza datelor tabelare ionosferice comunicate au fost construite 47 grafice  $f_0 E_s(t)$  [22, 23],  $h' E_s(t)$  [23] și Es-tip ( $t$ ) [22, 23] pentru zilele în care s-a recepționat un post BBC, reprezentînd *timpul și durata* recepției la *frecvența critică echivalentă*<sup>7</sup> (calculată pentru  $h' = 110$  km) a frecvenței de lucru a emițătorului (fig. 4) și *intensitatea cîmpului* recepționat pe o scară arbitrară<sup>8</sup>. — Avînd în vedere că maximul curbei de distribuție a vitezei aparente de drift (50–200 m/s) apare la  $v' = 250$  km/h [37] și că distanțele maxime dintre punctele de reflexie sînt 265 și 156 km, cu observațiile se corelează cel mai bine sondajele cu  $\pm 1,8$  respectiv  $\pm 1$  oră față de momentul recepției.

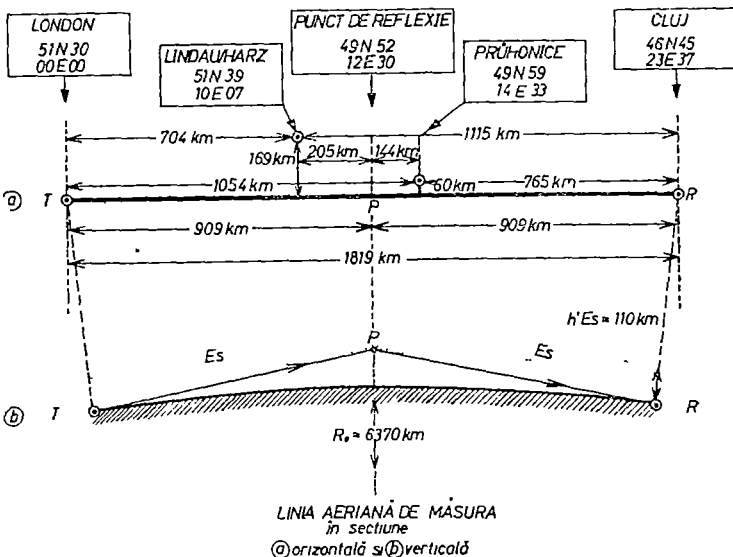


Fig 3 Linia aeriană de măsură în secțiune orizontală (a) și verticală (b)

<sup>6</sup> Extinderea orizontală a unei zone Es se estimează la 10–400 km, cu grosimi variabile 0,4–1 km [29,30] și cu un gradient de  $N$  foarte abrupt pe conturul inferior al stratului [31] -

<sup>7</sup> Frecvența critică echivalentă unei emisii cvasitangentele  $\delta = 0$  față de suprafața globului pămîntesc, dată de relația

$$f_0 E_s = f_{\delta=0} \frac{\sqrt{h' [km]}}{56} \quad [MHz]$$

necesită un strat cu o concentrație electronică de

$$N = 1,24 \cdot 10^4 f_0^2 \quad \left[ \frac{e}{cm^3} \right]$$

<sup>8</sup> Scara arbitrară a intensității de cîmp 1 = sincrompulsuri insuficiente pentru formarea imaginii, 2 = imaginea iese ușor din sincronism, 3 = imagine cu contraste slabe, 4 = imagine cu contraste mediocre, 5 = imagine cu contraste puternice.

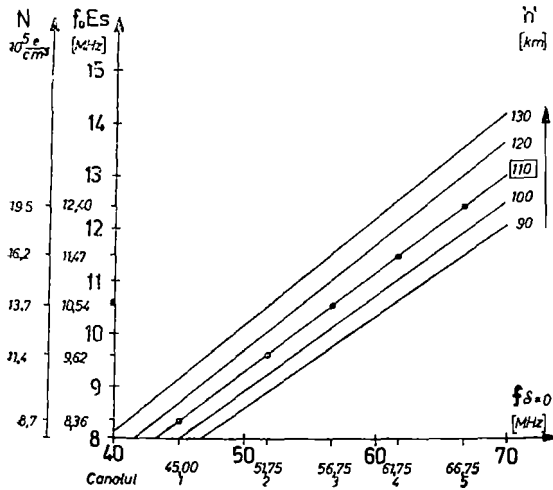


Fig. 4. Diagramă reprezentând frecvența critică echivalentă  $f_0 Es$  și concentrația electronică  $N$  corespunzătoare frecvenței emițătoarelor  $f$  la emisie cvasitangțială  $\delta = 0$  pentru diferite înălțimi de reflexie  $h'$

$f_0 Es$  mare (pînă la 15 MHz) în jurul apariției unei propagări transorizontale<sup>10</sup>. Este însă surprinzător că în majoritatea cazurilor  $f_0 Es$  măsurat la incidență verticală de ionosonde este inferior față de frecvențele critice echivalente la incidență oblică observate de noi<sup>11</sup> — Dacă legea cosinusului este într-adevăr valabilă [28], s-ar putea admite o *reflexie focalizatoare*. Dat fiind caracterul fluctuant (cu  $\frac{d}{dt} f_0 Es$  și  $\frac{d}{dt} f_b Es \approx 0,1 \frac{\text{MHz}}{\text{min}}$  [40]) și existența în general relativ scurtă a reflexiei (de la minute pînă la 1–2 ore), pare puțin verosimilă focalizarea datorată unui strat extins, concentric cu suprafața Pămîntului [41–43] sau deplasării orizontale a unui strat rugos, ondulat [44]. Se poate admite mai degrabă o focalizare produsă de neomogeneități concave [45] (cu diametre medii de 25 km [46]) sau lentiforme divergente (cu o frecvență de apariție anuală de 75% în lunile VI și VII) [47]. Măsurătorile recente cu rachete [48–51] au pus în evidență neomogeneități cu o ionizare suficientă pentru a produce reflexia undelor VHF la incidență oblică, de aceea pare cu atît mai curios faptul că ionosondele nu le detectează chiar în cazul persistenței mai îndelungate a lor, cînd luarea de eșantioane (normată din 30 în 30 de minute) coincide cu siguranță cu o ionizare intensă  $Es$ . — Frecvențele critice echivalente recalulate pentru înălțimile real măsurate de ionosonde rămîn inferioare celor necesare. Constatarea că din *incidență oblică* rezultă un  $h'$  mai scăzut ca din incidență verticală [52], poate explica mai bine observațiile noastre, urmînd

<sup>9</sup> La straturi subțiri  $f_i > f_0 > f_b$  și  $f_i \approx f_0$ .

<sup>10</sup> În lipsa observațiilor meteorologice nu s-a putut controla dacă creșterea pronunțată a lui  $f_0 Es$  nu se datorește în parte și activității de furtună [37]. Se poate presupune o ionizare directă prin descărcările atmosferice dintre nori și ionosferă [38] sau o focalizare a forfecării de vînt prin undele gravitaționale ( $f \approx 10^{-3}$  Hz) generate de descărcările din troposferă care pun în oscilație creasta norilor de furtună [39].

<sup>11</sup> Este de remarcat că  $f_0 Es$  măsurat este funcție de sensibilitatea ionosondelor și de absorbția undelor radioelectrice în ionosfera joasă.

**III. Analiza rezultatelor.** Observațiile noastre se referă la o perioadă de diminuare a activității solare (dintre maximumul din 1958–59 și minimumul din 1964–65) și la maximumul de vară al recepționabilității sezoniere (1960 luna V, VI, 1961 luna V, VI, VII). Punctul de reflexie se afla în zona de probabilitate de 35% a frecvenței de apariție a unei  $f_0 Es > 5$  MHz în timpul zilei [6, 10].

Histogramele privind *mersul anual* pe zilele anului a frecvenței de apariție a posturilor înafara și dinăuntrul liniei de măsură (fig. 5) arată caracterul net aleator, dependența excesivă a propagării transorizontale de variațiile mici ale ionizării  $Es$  [36].

1. *Frecvența critică*<sup>9</sup>. Graficele  $f_0 Es(t)$  evidențiază existența unui

astfel valori mai mici pentru frecvențele critice echivalente. Se poate chiar nota că tipul  $m_3$  Es indicat de rachete ca o fluctuație neregulată a lui N, a fost detectat de ionosondă la un  $f_0$  Es de 18% mai mare ca cel calculat din N măsurat [49]. Diferența aceasta este în perfectă concordanță cu observațiile noastre.

Între *mersul diurn* al valorilor mediane de  $f_0$  Es,  $f_b$  Es, dar mai ales al procentajului timpului total  $p$  pentru  $f_0$  Es > 7 MHz [22] și al orelor de recepție a posturilor înafara și dinăuntru liniei de măsură s-a găsit o corelație satisfăcătoare (fig. 6). Rezultatele confirmă ipoteza [14] că, cu toate că  $f_0$  Es și (în măsură mai mică)  $f_b$  Es<sup>12</sup> sînt parametrii cei mai extremi și cei mai rapid variabili ai ionosferei, curba mediană a lor avînd un mers asemănător, ambele pot fi utilizate pentru caracterizarea ionizării Es (independent însă de tipul Es existent) Observațiile noastre pledează în favoarea părerii [27] că, *mersul diurn* al undelor propagate prin reflexii Es urmăresc mai fidel *mersul lui*  $f_0$  Es.

2 *Înălțimea virtuală*.<sup>13</sup> După *mersul sezonier* al diferitelor tipuri Es, cu variații mari la Es-h, și cu mai mici, dar dependente de activitatea solară la Es-c și Es-l [53] (fig.7), se poate bănuși influența unor fenomene din atmosfera mai inferioară asupra ionizării Es.

Graficele  $h'Es(t)$  pun în evidență un *mers diurn* cu 2 maxime asimetrice în timp: una de zi și una de noapte, cu o variație de + 2,5 — 7,2 km a valorii mediane lunare. Variația lui  $h'Es$  este cuplată cu o variație în antifază a lui  $f_0$  Es, în concordanță cu alte observații [14] în zilele de recepție transorizantală, cele 2 maxime  $h'$  se disting prin valorile ridicate ale lor și prin creșterea aproape momentană, urmată de o descreștere lentă a lui  $h'Es$  (fig. 8a și b). Deseori sondajele verticale la  $h'_{max}$  sînt chiar imposibile din cauza concentrației electronice insuficiente a stratului Es sau

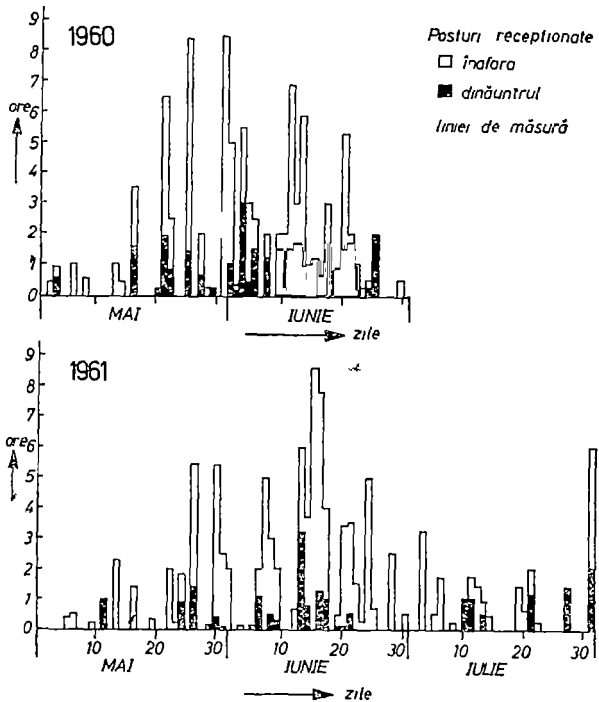


Fig 5 Mersul anual pe zilele anului al frecvenței de apariție a posturilor înafara și dinăuntru liniei de măsură [26]

<sup>12</sup>  $f_b$  Es este măsura concentrației maxime, iar  $f_0$  Es măsura nivelului concentrației electronice [34].

<sup>13</sup> Din cauza grosimii mici a stratului Es înălțimea virtuală  $h'$  coincide practic cu cea reală  $h$ .

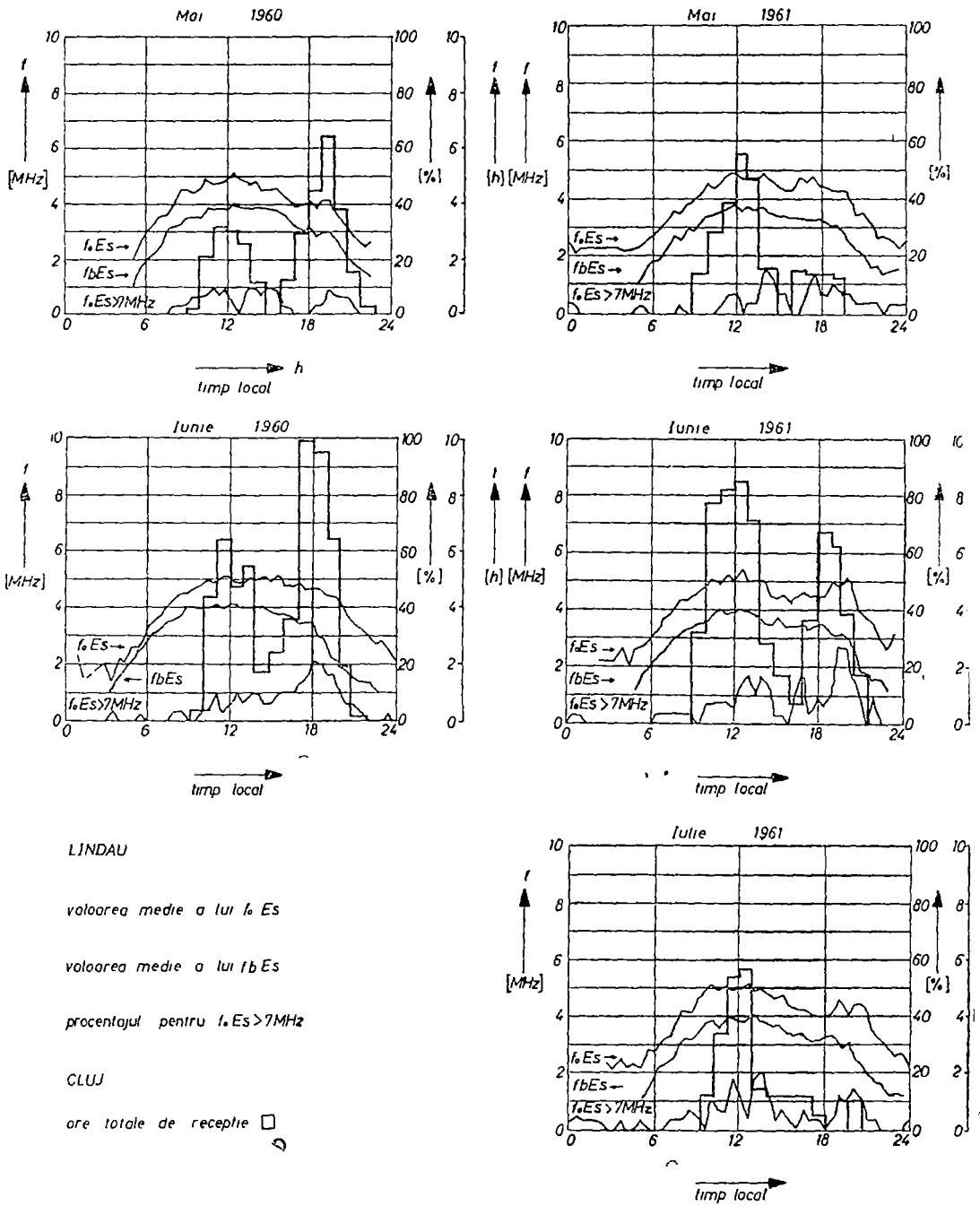


Fig. 6. Mersul diurn al valorilor mediane de  $f_0 E_s$ ,  $f_b E_s$  și  $p$  pentru  $f_0 E_s > 7 \text{ MHz}$  [22] și al orelor de recepție înafara și dinăuntrul liniei de măsură [26]

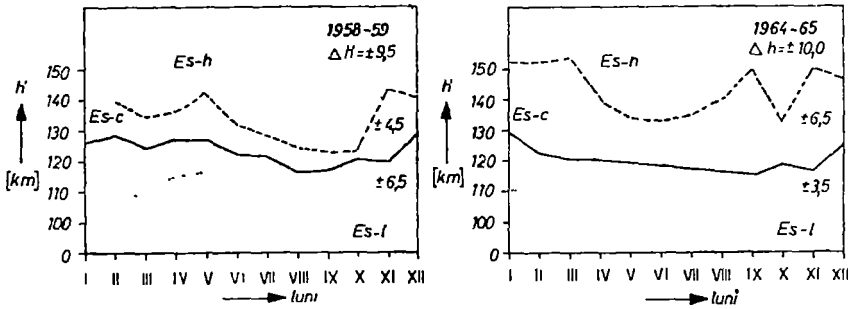


Fig. 7. Mersul sezonier al înălțimii aparente  $h'Es$  a tipurilor Es în funcție de activitatea solară [53]

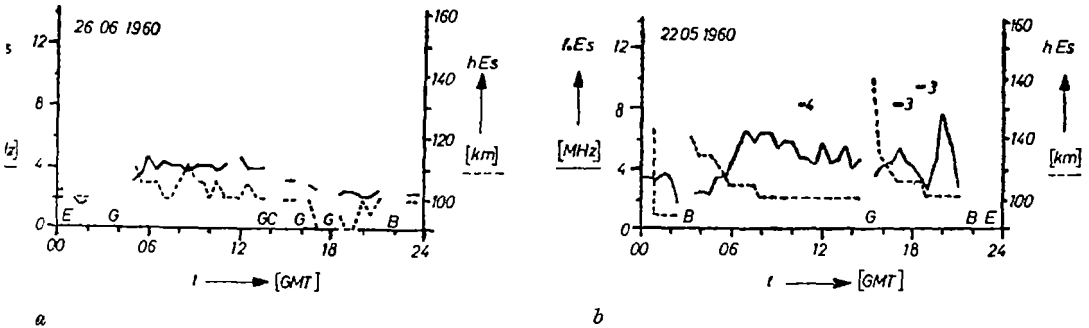


Fig. 8. Mersul diurn al înălțimii aparente  $h'Es$  și al frecvenței critice  $f_0 Es$  în zilele fără (a) și cu (b) recepție transorizontală

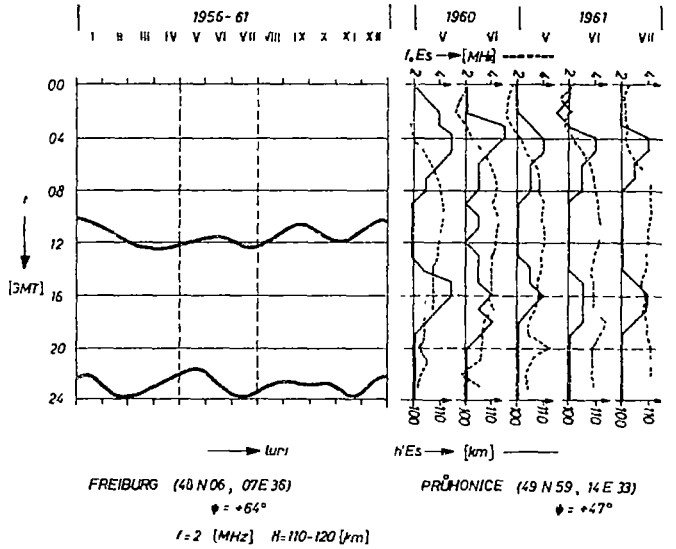


Fig. 9. Mersul diurn al fazei vectorului de drift rotitor și al valorii mediane  $h'Es$  respectiv  $f_0 Es$  pe lunile anului [23]. În diagramă momentul cînd vectorul de drift taie direcția vest la o înălțime de 110-120 km [56,57]

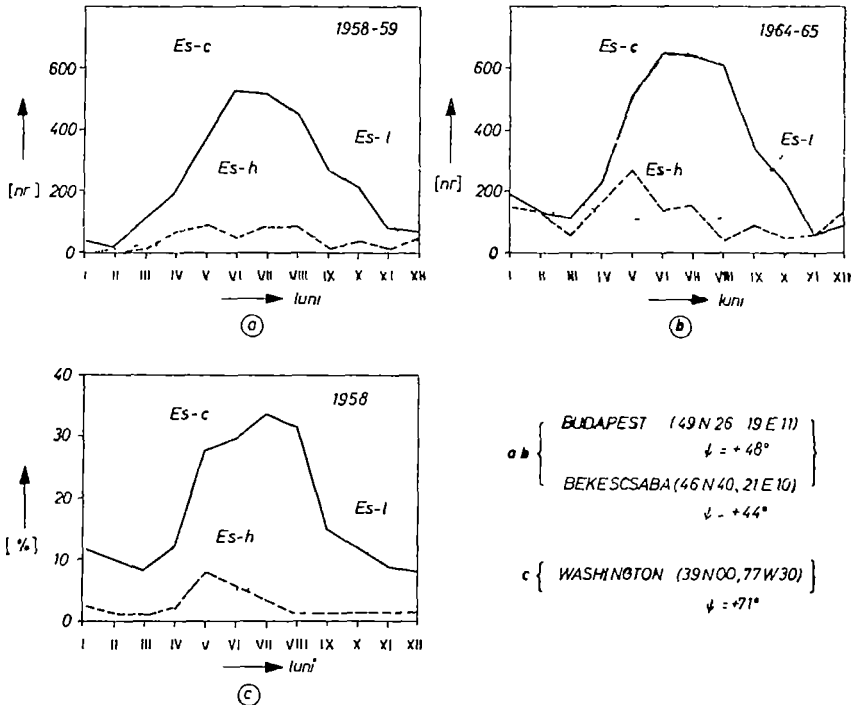


Fig. 10 Mersul sezonier al frecvenței de apariție a diferitelor tipuri Es în funcție de activitatea solară [4,53].

ocultației lui prin stratul inferior gros E(G)<sup>14</sup>. Recepții transorizontale apar pe ramura descendentă a curbei  $h'Es(t)$ , la perioada de stabilizare a lui  $h'$ .

Fluxul-refluxul selen semidiurn cu o fază constantă de  $\Delta h' = \pm 0,5 - 0,7$  km (respectiv de  $\Delta f_0 Es = 0,2 - 0,4$  MHz) pe tot globul pământesc [54,55] nu explică acest fenomen<sup>15</sup>. Asemănarea dintre mersul  $h'Es(t)$  respectiv  $f_0 Es(t)$  și mersul fazei vectorului de drift rotitor cu perioadă semidiurnă [56,57] pare a nu fi totuși semnificativă (fig. 9).

3. *Tipul sporadic.* Din graficele Es-tip ( $t$ ) pentru zilele la care au fost recepționate posturi dinăuntrul liniei de măsură, rezultă o reflexie datorată tipului Es-c. Acest paralelism este confirmat prin concordanța perfectă cu *mersul sezonier* al frecvenței de apariție a diferitelor tipuri Es [4, 53], numai acest tip prezentînd un

<sup>14</sup> Simbolurile descriptive din grafice sînt conforme recomandărilor date de WWSC [3,9] · măsurătoarea este influențată sau imposibilă

A — din cauza prezenței unui strat inferior Es ocultant,

B — din cauza absorbției în vecinătatea lui  $f_{min}$ ,

C — din motiv tehnic sau uman (neionosferic),

E — din cauza limitei inferioare a gamei de frecvență a sondajului,

G — din cauza că densitatea de ionizare a stratului este mai mică decît aceea a unui strat gros dedesubtul lui,

L — din cauza absenței unui maxim suficient marcat sau unui punct de inflexiune la o frecvență mai mare decît frecvența critică a stratificării inferioare,

S — din cauza interferenței (bruijului) sau paraziților atmosferici.

<sup>15</sup> Chiar dacă există un flux-reflux solar, efectul lui gravitațional asupra ionosfere este mascat prin efectele electromagnetice și termice mult mai intense



naxim exclusiv de vară independent de activitatea solară (fig. 10)<sup>16</sup> și — în ciuda numărului relativ mic al observațiilor dinăuntrul liniei de măsură — prin nersul orelor de recepție (în luna V cu 5,6, VI cu 14,7, VII cu 7, 1 ore după fig. 5).

În *mersul diurn* apar recepții înainte și după masă, tot în prezența tipului Es-c. Acest dublu maxim se observă și pe graficele referitoare la *mersul diurn* al frecvenței de apariție a diferitelor tipuri Es [53] pentru tipul Es-c (fig. 11).

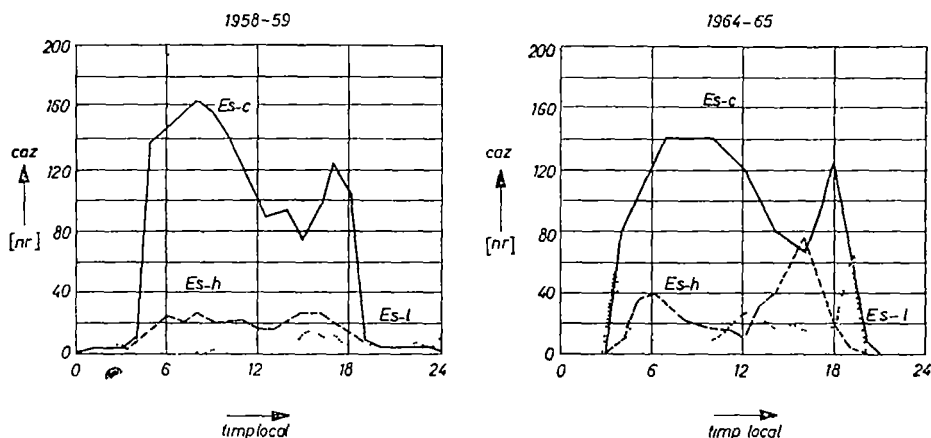


Fig 11. Mersul diurn al frecvenței de apariție a diferitelor tipuri Es în funcție de activitatea solară [53]

Reflexia undelor VHF s-ar putea atribui deci persistenței *tipului Es-c*. Faptul că în decursul descreșterii lui  $h'Es$  apar succesiv tipurile Es-h, Es-c, Es-l (ultimul trecând în timpul amurgului în Es-f) (fig. 12), indică însă că între aceste tipuri nu există diferențe fizice esențiale ci numai geometrice. Poate chiar ca diferite tipuri Es cu diferite  $f_0Es$  să fie detectate la aceeași  $h'$  (fig. 13) — o contradicție cu baza însăși a clasificării adoptate. În acest sens corelația dintre reflexia undelor VHF și existența tipului Es-c înseamnă numai o frecvență de apariție predominantă a ionizării Es (favorabilă pentru reflexie) la *nivelul definit* prin standardul WWSC pentru tipul Es-c<sup>17</sup>.

4. *Driftul*. Aranjarea punctelor de reflexie la acest studiu permite observația intermitentă a driftului din regiunea E (fig. 14). *Principiul metodei* este identic cu acel al metodei clasice de fading Krautkramer-Mitra [60,61] și face posibilă nu numai determinarea calitativă a direcției, dar și evaluarea cantitativă a vitezei. *Direcția driftului* urmează din comparația momentului recepției cu momentele apariției unui  $f_0Es$  pronunțat la ionosonde (dacă recepția este precedată, simultană sau urmată de aceasta) (pentru cazul din fig. 15:  $\overrightarrow{SN}$ ). *Viteza driftului* se calculează conform repartizării spațiale a punctelor de reflexie și succesiunii temporale a frecvențelor semnificative (pentru cazul din fig. 15:  $v' = 150$  km/h).

(Intrat în redacție la 28 septembrie 1970)

<sup>16</sup> Pentru comparație s-au ales observații făcute tot în emisfera nordică, variațiile sezoniere din cea sudică fiind tocmai în antifază [34,58], cu diferențe remarcabile dintre anii diferiți însă fără o corelație bună cu ciclul solar [34], numai cu o corelație negativă dintre  $\overline{R}$  și  $f_0Es > 5$  MHz [58].

<sup>17</sup> Este de remarcat că tipul Es-c, pentru care se presupune nu numai o structură noroasă, dar și o putere de reflexie slabă [59], în realitate apare deseori puternic reflectant.

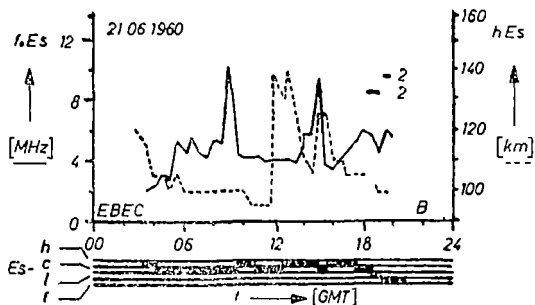


Fig. 12 Apariția succesivă a tipurilor Es în decursul descreșterii înălțimii aparente  $h'$

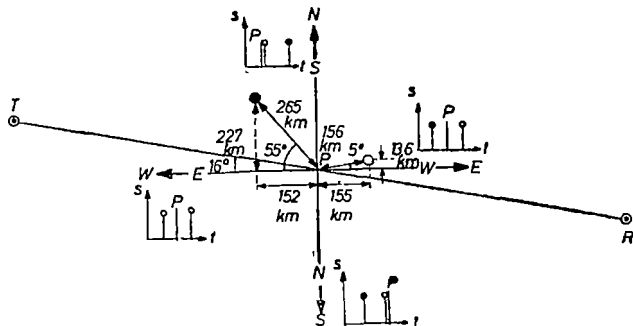


Fig 14 Aranjarea celor 3 puncte de reflexie pentru observarea driftului

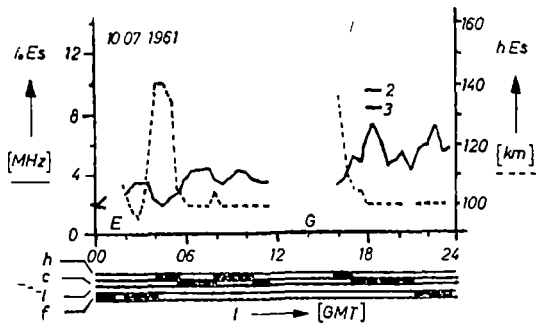


Fig. 13 Apariția diferentelor tipuri Es la aceeași înălțime aparentă  $h'$

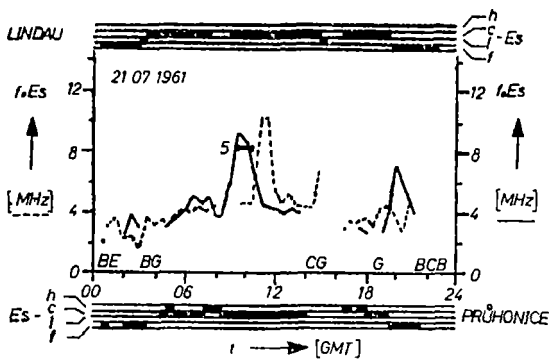


Fig. 15 Evaluarea driftului din graficele  $f_0E_s(t)$

## BIBLIOGRAFIE (I).

1. Appleton, E. V., „Proc. Roy. Soc. London”, **126** (1930), 542.
2. Robinson, B. J., „Rept Progr Phys.”, **22** (1959), 241.
3. Piggott, W. R., Rawer, K., *URSI Handbook of Ionogram Interpretation and Reduction*, Elsevier, Amsterdam 1961.
4. Smith, E. K., Matsushita, S., *Ionospheric Sporadic E.*, Pergamon Press, London 1962, p. 194.
5. Chapman, S., „Proc. Phys. Soc. London”, **43** (1931), 26, 483.
6. Smith, E. K., *Worldwide occurrence of sporadic E.*, NBS Circ. 582, 1957.
7. U.R.S.I., „Information Bulletin”, **99**, 1956.
8. Wright, J. W., Knecht, R. W., Davies, K., „Annals of the IGY”, III, I, 1957, p. 94.
9. Special Committee on World Wide Ionospheric Soundings, WWSC, of the U.R.S.I./A G I Committee, May 1957.
10. Leighton, H. I., Shapley A. H., Smith, E. K., in 4. p. 166.
11. Maehum, B., *Electron Density Profiles in the Ionosphere and Exosphere*, Pergamon Press, London, 1962.
12. McNicoll, R. W. E., Gibbs, G. de V., „J. Geophys. Res.”, **56** (1951), 17.
13. Whale, H. A., „J Atmosph Terr. Phys ”, **1** (1951), 233
14. Bibl, K., „Ann. Géophys ”, **16** (1959), 148
15. Bibl, K., „J. Geophys. Res ”, **65** (1960), 2333
16. Heissler, L. H., Whitehead, J. D., „J Geophys. Res ”, **65** (1960), 2767.
17. Matsushita, S., „Radio. Sci ”, **1** (1966), 204
18. Gallet, R. M., „C.R. Acad. Sci.”, **233** (1951), 1649, și „Proc Inst. Radio Engrs ”, **43** (1955), 1240.
19. Bibl, K., S P I M — R 9, 1950
20. Bibl, K., „Naturwissenschaften”, **16** (1950), 373.
21. Matsushita, S., Campbell, W. H., *Physics of Geomagnetic Phenomena*, I, Academic Press, New York — London 1967, p. 617.
22. *Ionospheric Data Station Lindau/Harz.* — Institut für Ionosphären-Physik am Max-Planck-Institut für Aeronomie Lindau über Northeim/Hannover, Germany.
23. *Ionospheric Data of the Observatory of Prahonice and Panská Ves.* Czechoslovak Academy of Sciences. — Geophysical Institute. Publ. by the Geophysical Institute C. A. of S. — Praha
24. Villars, F., Weisskopf, V. F., „Proc. Inst. Radio Engrs.”, **43** (1955), 1232.
25. Meadows-Reer, E., Smith, C. R., „J. Geophys. Res.”, **69** (1964), 3199
26. László, T., Bódi, A. „Studia, Series Math.-Phys. (1970) (sub apariție).
27. Akira Sakurazawa, „J Radio Res Labs. Tokyo”, **8** (1961), 97.
28. Wright, J. W., Gautier, T. N., „J. Res nat. Bur. Stand.”, **64**—D (1960), 347
29. Seddon, J. C., „J Geophys. Res.”, **58** (1953), 323 și **59** (1954), 463
30. Seddon, J. C., Pickar, A. D., Jackson, J. E., „J Geophys. Res ”, **59** (1954), 513.
31. Paul, A., K., in Thrane, E., *Electron Density Distribution in Ionosphere and Exosphere*, North-Holland Publ Co, Amsterdam 1964
32. Rawer, K., ACARDograph, **34** (1958), 67.
33. Rawer, K., in 4. p. 292
34. Rawer, K., „Geofis pura e appl ”, **32** (1955), 170
35. Clark, C., Peterson, A. M., „Nature”, **178** (1956), 486.
36. Silberstein, R., „J Geophys Res.”, **63** (1958), 445
37. Venkateswarlu, P., Satyanarayana, R., „J. Sci. Industr. Res.”, **30 B** (1961), I, 8.
38. Isted, A. G., *Irregularities in the E region caused by atmospheric electricity in „The Physics of the Ionosphere”*, Conf. Phys Soc, London 1955
39. Pierce, A. D., Coroniti, S. C., „Nature”, **210** (1966), 1209.
40. Heissler, L. H., Whitehead, J. D., „J Atmosph Terr Phys.”, **24** (1962), 753.
41. Rawer, K., „Rev Scientifique”, **85** (1947), 361 și **86** (1948), 481, 585.
42. Rawer, K., „Nature”, **166** (1950), 316.
43. Rawer, K., „J. Atmosph. Terr Phys.”, **8** (1956), 296
44. Whitehead, J. D., „Aust J Phys.”, **13** (1960), 621
45. Goodwin, G.L., „J. Atmosph Terr Phys ”, **11** (1957), 177.
46. Landmark, B., „J. Atmosph Terr Phys.”, **11** (1957), 288
47. Dagg, M., „J Atmosph. Terr Phys.”, **11** (1957), 118
48. Seddon, J. C., in 4. p. 78.

- 49 Oya, H, Obayashi, T, in Mitra, A P, Jacchia, L G, Newman, W S, *Space Research*, VIII, North-Holland Publ Co, Amsterdam 1968, p 332
- 50 Smith, L G, Accardo, C A, Weeks, L H, McKinnon, P J, „J Atmosph Terr Phys”, **27** (1965), 803
51. Smith, L G, „Radio Sci”, **1** (1966), 178
52. Watts, J M, „J Geophys Res”, **57** (1952), 287
- 53 Bencze, P, „Geofizikai Kozl”, **18** (1969), 47
54. Matsushita, S, „J Geomagn Geoelect Kyoto”, **4** (1952), 39
- 55 Matsushita, S, „Rep Ionosph Res Japan”, **7** (1953), 45
- 56 Harnischmacher, E, in Strickland, A C, *Proc Internat Conf of the Ionosphere*, London 1963, p 348
57. Harnischmacher, E, „Ann Géophys”, **20** (1964), 425
- 58 Chadwick, W B, in 4 p 182
- 59 Kotadia, K M, „J Atmosph Terr Phys”, **8** (1956), 331
- 60 Krautkramer, J, „Dtsch Luftfahrforsch” FB Nr 1761/1943, št „Arch elektr Übertragung”, **4** (1950), 133
- 61 Mitra, S N, „Proc Inst Electr Engrs”, III, **96** (1949), 441

## О КОРРЕЛЯЦИИ МЕЖДУ РАСПРОСТРАНЕНИЕМ ЗА ГОРИЗОНТ ВОЛН СВЕРХВЫСОКИХ ЧАСТОТ И ДНЕВНЫМИ ТИПАМИ ИОНОСФЕРНЫХ СЛОЕВ E<sub>s</sub> УМЕРЕННОЙ ЗОНЫ (I)

(Резюме)

Для изучения корреляции между распространением за горизонт волн сверхвысоких частот ( $f = 41 - 68$  MHz) и дневными типами E<sub>s</sub> умеренной зоны из ежедневных наблюдений, проведенных в Клуже в период уменьшения солнечной деятельности и при летнем максимуме сезонной способности приема, автор выбрал те случаи, когда были приняты передачи английских телевизионных станций (BBC).

Анализируется вопрос критической частоты  $f_0 E_s$ , кажущейся высоты  $h' E_s$ , и типов E<sub>s</sub>, а также теория E<sub>s</sub> ветрового среза и нисходящего транспорта, призванные объяснить ионизацию E<sub>s</sub>. На основе ионосферных данных, доставленных ионозондами Линдау /Харц и Прухонице близ точки отражения были построены для 47 случаев графики  $f_0 E_s(t)$ ,  $h' E_s(t)$  и E<sub>s</sub>-тип ( $t$ ) для дней, когда была принята станция BBC, соответственно время и длительность приема при эквивалентной критической частоте (вычисленной для  $h' = 110$  км) частоты передатчика и интенсивность принятого поля (на произвольной шкале). Изучается сравнительно сезонный и дневной ход  $f_0 E_s$ ,  $h' E_s$  и E<sub>s</sub>-тип и вычисляется дрейф E<sub>s</sub> на основе наблюдений, проведенных в Клуже и в других обсерваториях.

*Распространение за горизонт волн сверхвысоких частот* связано с существованием ионизации на уровне стандартного слоя E<sub>s</sub>-с над предельной частотой  $f_0 E_s$  в зависимости от высоты  $h'$ . Частота, отраженная при косвенном падении, на 18% выше  $f_0 E_s$ , а высота меньше  $f_0 E_s$ , измеренного при вертикальном падении. Вероятность способности приема имеет сезонный ход, подобный ходу ионизации на уровне типа E<sub>s</sub>-с, и дневной ход, который следует ходу  $f_0 E_s$  в противофазе с ходом  $h' E_s$ . Достаточно произвести классификацию типов E<sub>s</sub> лишь по морфологии слоя, так как более значительной является плотность слоя, чем его образование или движение, а появление различных типов является последствием их вертикального смещения.

Ионизация E<sub>s</sub> не вызвана процессами на уровне области E, она является результатом процессов на уровне области F2 в зависимости от состояния термосферы. Плазма, которая выделяется из области F2, скользит вдоль термосферы, блокируется на уровне мезопаузы, диффундирует затухающими колебаниями и вследствие ветрового среза рассеивается в области E вплоть до ее исчезновения. В дневном ходе ионизации E<sub>s</sub> появляются два периода резкого обновления и постепенного исчезновения электронной концентрации. Благоприятные условия отражения для волн сверхвысоких частот появляются в периоды стабилизации волнового движения плазмы, а вероятность приема обусловлена комплексным взаимодействием состояния ионизации и магнитного, термического и динамического состояний верхней атмосферы.

CONSIDERATIONS ON THE CORRELATION BETWEEN THE TRANSHORIZONTAL PROPAGATION OF THE VHF WAVES AND THE DAY TYPES OF THE Es IONOSPHERICAL LAYERS IN THE TEMPERATE ZONE (I)

( S u m m a r y )

In order to study the correlation between the transhorizontal propagation of the VHF waves ( $f = 41 - 68$  MHz) and the Es day types in the temperate zone, out of the daily observations made in Cluj the cases were chosen when English television posts (B B C) were receptioned, in a period of diminished solar activity and at the summer maximum of the seasonal receptionability

The problem of the critical frequency  $f_0$  Es, of the h'Es apparent height and Es types is analysed as well as the theory of wind shears and of the descendent transport meant to explain the Es ionization. On the basis of the ionospheric data furnished by the Lindau/Harz and Prilhonice ionosounds near the reflexion point, the  $f_0$ Es(t), h'Es(t) and Es-type(t) diagrams are made for 47 cases, for the days when a BBC post was receptioned, respectively the reception time and duration at the equivalent critical frequency (calculated for  $h' = 110$  km) of the transmitter frequency and the receptioned field intensity, (on an arbitrary scale). The seasonal and diurnal variation of  $f_0$  Es, h'Es and Es-type are studied comparatively and the Es drift is calculated based on the observations in Cluj and other observatories.

The transhorizontal propagation of the VHF waves is correlated with the existence of ionization at Es-c standard layer level over a  $f_0$  Es limit frequency depending on the h height. The frequency reflected at oblique incidence is 18% higher than  $f_0$ Es, and the height is lower than h'Es measured on vertical incidence. The receptionability probability presents a seasonal variation similar to that of ionization on the Es-c type level and a diurnal variation that follows the development of  $f_0$ Es in anti-phase with that of h'Es. The Es type classification is satisfactory only after the layer morphology, the stratum consistency being more significant than its movement and formation. The appearance of the different types is the consequence of their vertical displacement.

The Es ionization is not caused by processes at E region level but it is due to the processes at F2 region level depending on the state of the thermosphere. The plasma detached from F2 region glides along the thermosphere, blocked at the mesopause level, scatters with damped oscillations and following that wind shears disperses to its disappearance in E region. Two periods of sudden refreshment and gradual disappearance of the electronic concentration appear in the diurnal variation of the Es ionization. Favourable reflexion conditions for VHF waves appear in the stabilization periods of the undulatory movement of the plasma, and the reception probability is conditioned by a complex interaction between the state of ionization and the state magnetic, the state thermic and dynamic of the high atmosphere.



## VITEZA ULTRASUNETULUI ÎN AMESTECURI BINARE DE LICHIDE ORGANICE

IOANA MACAVEI și D. AUSLÄNDER

Metodele ultraacustice sînt mult folosite în studiul problemelor legate de proprietățile fizico-structurale ale lichidelor pure și amestecurilor, deoarece cu ajutorul celor doi parametri acustici măsurați experimental — viteză și absorbție — se poate face legătura cu caracteristicile mediului studiat.

În această direcție am abordat problema sistemelor formate dintr-o componentă normală neasociată și o a doua componentă asociată. Aceste amestecuri vor prezenta abateri de la comportarea binecunoscută a amestecurilor ideale, abateri al căror studiu permite găsirea caracteristicilor principale de comportare în amestecul real.

*Metoda de lucru.* S-a folosit un generator ultrasonic piezoelectric, cu frecvența de 2MHz, intensitatea cîmpului corespunzînd unui curent de placă  $I = 36$  mA și unei tensiuni de placă  $U = 480$  v. S-a lucrat cu un fascicol ultrasonic de intensitate mică pentru evitarea fînenului de cavitație care, după cum se știe, produce modificări structurale în lichidul ultrasonat.

Menținerea constantă a frecvenței la valoarea de 2 MHz s-a verificat periodic cu un undametrul.

Viteza s-a măsurat cu ajutorul unei instalații optice de difracție (1), avînd drept sursă o lampă de mercur care, printr-un filtru verde, emite lumină cu lungimea de undă  $\lambda = 5460,74$  Å.

Măsurătorile s-au efectuat la diferite temperaturi cuprinse între  $0^\circ - 50^\circ\text{C}$  și la diferite concentrații cuprinse între valorile pentru componentele pure. Temperatura s-a menținut constantă cu precizie de  $0,1^\circ\text{C}$ .

Pentru calculul vitezei s-a folosit formula :

$$V = \frac{K}{d}$$

unde :

$d$  = distanța dintre 2 linii

$K$  = constanta aparatului

$K = \lambda Ff = 5460,72 \times 171,9 \times 2 = 18,774024 \cdot 10^{-7} \text{m}^2\text{Hz}$

$\lambda$  — lungimea de undă a luminii

$F$  — distanța focală a lunetei

$f$  — frecvența generatorului.



S-au studiat două amestecuri alcool n-butilic-tetraclorură de carbon și alcool n-butilic-sulfură de carbon.

*Rezultate și interpretare.* Rezultatele experimentale pentru sistemul  $C_4H_9OH-CCl_4$  sînt reprezentate în fig 1 și 2

În fig. 1 este prezentată variația vitezei în funcție de temperatură, în domeniul  $0^\circ - 50^\circ C$ , pentru diferite concentrații ale alcoolului în amestec. Se observă că viteza scade liniar cu creșterea temperaturii, atît pentru componentele pure cît și pentru amestecurile de diferite concentrații. Pe măsură ce se micșorează concentrația în alcool dreptele se apropie unele de altele, înclinarea lor rămînînd aproximativ constantă

Cele mai ridicate valori ale vitezei s-au obținut la alcoolul pur, ele scăzînd pe măsură ce crește concentrația în  $CCl_4$

Singura abatere de la această comportare generală se observă la amestecul de concentrație 95% vol.  $CCl_4$ , pentru care viteza are valori mai mici decît cele corespunzătoare  $CCl_4$  pure în întreg domeniul de temperatură studiat

Această anomalie se observă mai bine în fig 2, unde este reprezentată variația vitezei în funcție de concentrație, pentru cîteva temperaturi.

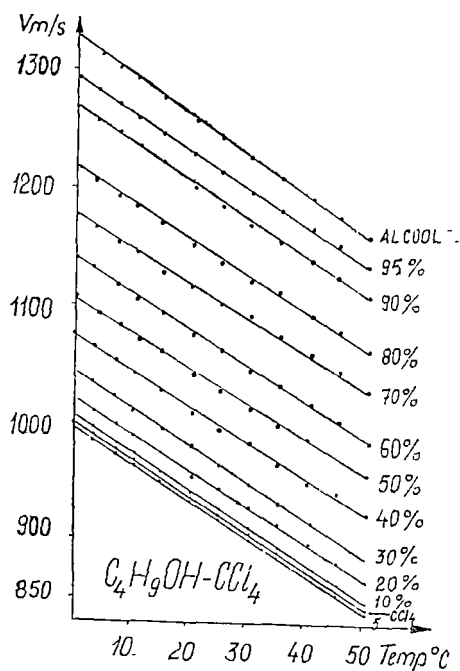


Fig 1 Variația vitezei în funcție de temperatură pentru sistemul  $C_4H_9OH-CCl_4$ .

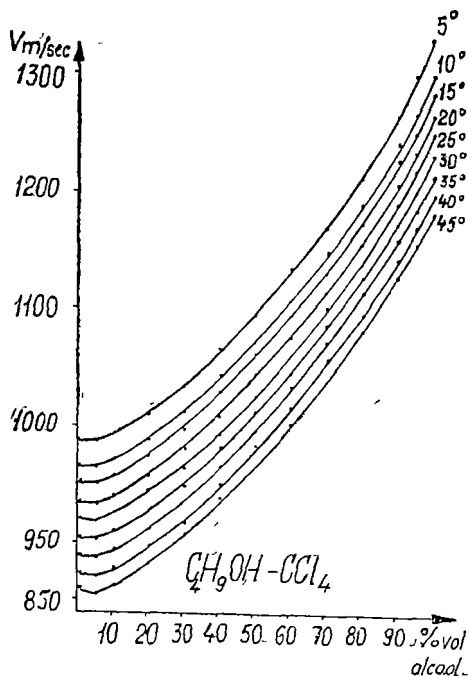


Fig 2 Variația vitezei în funcție de concentrație pentru sistemul  $C_4H_9OH-CCl_4$ .

Se remarcă o micșorare a vitezei, pornind de la valoarea sa în  $CCl_4$  pură, atingerea unui minim la concentrația de 5% vol alcool și apoi o creștere rapidă cu concentrația pînă la atingerea valorii corespunzătoare alcoolului pur. Alura curbelor este aceeași pentru toate temperaturile

O comportare asemănătoare prezintă și amestecul  $C_4H_9OH-CS_2$  (fig. 3 și 4). În fig. 3 este redată variația vitezei cu temperatura pentru acest sistem, în domeniul  $0^\circ - 45^\circ C$ . Se observă micșorarea vitezei pe măsură ce temperatura crește după curbe ușor convexe înspre axa temperaturilor.

Valorile vitezelor scad pornind de la alcoolul pur înspre  $CS_2$ , variația fiind însă mai mică decât în cazul primului sistem.

De semnalat este faptul că valorile vitezei pentru  $CS_2$  pură se situează imediat sub dreapta corespunzătoare concentrației de 50% vol alcool, respectiv, în amestecurile cu conținut în  $CS_2$  peste 50% vol viteza are valori mai mici ca în dizolvantul pur.

Aceasta se poate vedea și în fig. 4 unde este reprezentată variația vitezei cu concentrația pentru mai multe temperaturi. Observăm scăderea destul de bruscă a vitezei de la valoarea sa în  $CS_2$  pînă la valoarea corespunzătoare concentrației de 10% alcool și apoi o creștere mai puțin accentuată spre valorile alcoolului pur.

Coeficientul de temperatură al vitezei este aproximativ constant pentru întreg domeniul de concentrații cu o valoare absolută de  $3,2 \cdot 10^{-3} \text{ grad}^{-1}$  pentru ambele sisteme.

Conform clasificării amestecurilor făcute de Rothardt [2], sistemele studiate fac parte din categoria celor în care interacțiunea între moleculele de același tip este mai mare ca între moleculele componentelor. În acest caz apare o abatere pozitivă de la idealitate, respectiv un maxim al compresibilității și un minim al vitezei ultrasunetului.

Sacher [3], studiind astfel de amestecuri găsește pentru o concentrație mică a componentei polare valori extreme ale mai multor proprietăți fizice, cum ar fi polarizarea de orientare, căldura de amestec și viteza ultrasunetului.

Același minim l-am găsit și noi în cazul amestecului  $C_4H_9OH-CCl_4$  pentru concentrația de 5% vol. alcool și în cazul  $C_4H_9OH-CS_2$  pentru 10% vol. alcool. La con-

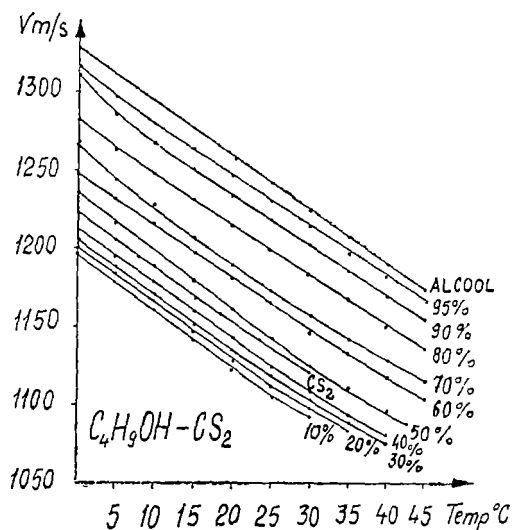


Fig. 3 Variația vitezei în funcție de temperatură pentru sistemul  $C_4H_9OH-CS_2$

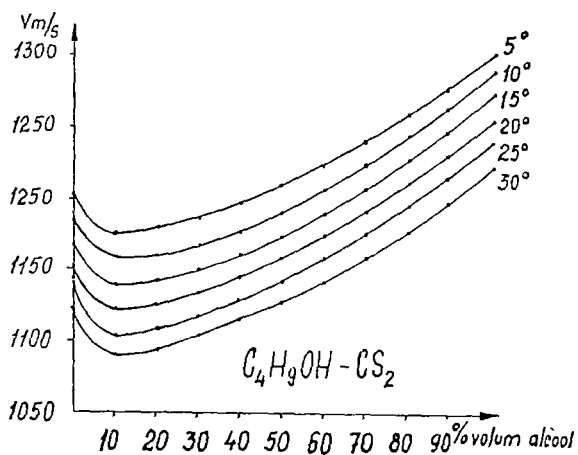


Fig. 4. Variația vitezei în funcție de concentrație pentru sistemul  $C_4H_9OH-CS_2$

concentrația corespunzătoare minimului, moleculele de alcool sînt astfel unite încît momentele de dipol dispar și apare numai un moment de cuadrupol [4,] fapt care duce la slăbirea forțelor intermoleculare și deci la creșterea compresibilității.

Întrucît densitatea variază aproape liniar cu concentrația, se poate considera drept cauză a micșorării vitezei, pînă la concentrația corespunzătoare minimului, o creștere mai puternică a compresibilității cu concentrația decît ar rezulta din legea de aditivitate a amestecurilor.

*Concluzii.* 1. Viteza ultrasunetului în amestecurile  $C_4H_9OH-CCl_4$  și  $C_4H_9OH-CS_2$  variază cu temperatura și concentrația.

2. Alura curbelor experimentale este explicată pe baza ipotezelor asupra forțelor de acțiune intermoleculare.

(Intrat în redacție la 28 septembrie 1970)

#### BIBLIOGRAFIE

- 1 Tîntea, H., Onișiu, Lia, Auslander, D. *Sur la vitesse de propagation des ultrasons dans des solutions des halogenures alcalins et alcalino-terreux (I)*, „Studia Univ. Babeș-Bolyai Ser. Mat-Phys”, Fasc 1, 1969.
- 2 Mihailov, I. G., Soloviev, V. A. Sirnikov, P., *Osnovî molekularnoi akustiki*, Moscova, 1964.
- 3 Sacher, K., *Die Konzentrationsabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit in einer polar — unpolar Mischung*, „Phys. Zeits” 41, (1940). 360.
- 4 Schaaffs, W., *Molekularakustik*, Springer Verlag, Berlin, Gottingen, Heidelberg, 1963.

#### СКОРОСТЬ УЛЬТРАЗВУКА В ДВОЙНЫХ СМЕСЯХ ОРГАНИЧЕСКИХ ЖИДКОСТЕЙ (Резюме)

Авторы статьи приводят экспериментальные данные измерений скорости в жидких системах  $C_4H_9OH-CCl_4$  и  $C_4H_9OH-CS_2$  и прослеживают её изменение в зависимости от температуры и концентрации.

Результаты объясняются структурными изменениями внутри смеси.

#### LA VITESSE DE PROPAGATION DES ULTRASONS DANS DES MÉLANGES BINAIRES DE LIQUIDES ORGANIQUES

(Résumé)

On expose les résultats expérimentaux concernant la vitesse de propagation des ultrasons dans les systèmes liquides  $C_4H_9OH-CCl_4$  et  $C_4H_9OH-CS_2$  en étudiant les variations de la vitesse par rapport à la température et à la concentration.

Les résultats obtenus sont expliqués par les modifications structurales à l'intérieur du mélange liquide.

DETERMINAREA TIMPILOR DE RELAXARE  $T_1$  ȘI  $T_2$  A  $\text{Cr}^{3+}$  ÎN  
 $(\text{NH}_4)\text{Ga}(\text{SO}_4)_2 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$  PRIN METODA PARAMETRULUI  $n$

L. COCIU și GH. CRISTEA

În lucrare se studiază forma liniei RES a ionului  $\text{Cr}^{3+}$  în  $(\text{NH}_4)\text{Ga}(\text{SO}_4)_2 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$  folosind metoda momentelor a lui Van Vleck [5] și metoda parametrului  $n$  [2], care permite determinarea timpilor de relaxare spin-spin ( $T_2$ ) spin-rețea ( $T_1$ ).

Avînd în vedere explicația elementară a fenomenului RES, absorbția de cuante de energie de la cîmpul de microunde ar trebui să aibă loc doar pentru o singură frecvență de rezonanță  $\nu_0$ . Deci ar trebui să apară o linie de rezonanță de forma unei funcții delta. Experimental se constată apariția unei linii RES cu o lărgime finită, avînd forme variate în funcție de interacțiunile existente în substanța studiată și de condițiile experimentale. Calculul efectiv al funcției de formă,  $f(\nu)$  este complicat, deoarece ar trebui să se țină cont în mod teoretic de aceste interacțiuni. Pentru cerințele experimentale se postulează anumite forme de linie:

a) lorentziană, cu funcția de forma :

$$f_1(\nu) = \frac{1}{\pi} \frac{2T_1}{1 + 4(\nu - \nu_0)^2 T_1^2} \quad (1)$$

b) gaussiană, pentru care

$$f_2(\nu) = \frac{T_2}{(2\pi)^{1/2}} \exp \left[ -\frac{(\nu - \nu_0)^2}{2} T_2^2 \right] \quad (2)$$

În practică de cele mai multe ori se întîlnește (c), forma convolutivă a acestor două cu :

$$f(\nu) = \frac{2T_1 T_2}{(2\pi^2)^{1/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp \left[ -\frac{1}{2} (\nu - \nu' - \nu_0^2) T_2^2 \right]}{1 + 4(\nu')^2 T_1^2} d\nu' \quad (3)$$

o fiind frecvența de rezonanță.

Metoda momentelor de determinare a formei liniei RES presupune cunoașterea raportului  $\langle H^4 \rangle / \langle H^2 \rangle^2$ , care este egal cu aproximativ 3 pentru linia gaussiană și cu 7 pentru cea lorentziană. Pentru forma convolutivă acest raport este cuprins între cele două valori de mai sus.

Prin definiție, momentul de ordinul  $n$  al funcției de forma este

$$\langle H^n \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} (v - v_0)^n f(v) dv \quad (4)$$

Întrucît în experiențele RES parametrul variabil este cîmpul magnetic static, se obișnuiește a se exprima valorile momentelor în funcție de această variabilă [4], conform formulelor:

$$\langle H^n \rangle = \frac{|H_j - H_{j-1}|}{(n+1)A} \sum_{j=1}^m (H_j - H_0)^{n+1} y'_j \quad (5)$$

cu

$$A = |H_j - H_{j-1}| \sum_{j=1}^m (H_j - H_0) y'_j$$

unde, conform fig. 1:

$H_0$  = intensitatea cîmpului magnetic la rezonanță,

$y'_j$  = amplitudinea derivatei semnalului RES în punctul de amplitudine  $H_j$ .

A doua metodă pe care o vom folosi pentru studiul formei liniei, presupune cunoașterea parametrului  $n$  [2] care se exprimă în funcție de mărimi calculabile experimental în felul următor:

$$n = \frac{M_0}{H_m(v_i - v_0)} \quad (6)$$

unde  $M_0$  este momentul de ordinul zero, adică aria curbei integrale,  $H_m$  este amplitudinea maximă a curbei de absorbție, iar  $v_i$  este frecvența în punctul de inflexiune.

Se poate arăta că

$$n = (2\pi)^{1/2} \quad \text{pentru forma gaussiană}$$

$$n = 3^{1/2} \pi \quad \text{pentru forma lorentziană}$$

Parametrul  $n$  este legat de mărimile  $p$  și  $q$ , definite în funcție de timpii de relaxare spin-rețea și spin-spin.

$$p = \frac{T_2}{2^{3/2} T_1}$$

$$q = \frac{(v_i - v_0) T_2}{2^{1/2}} \quad (7)$$

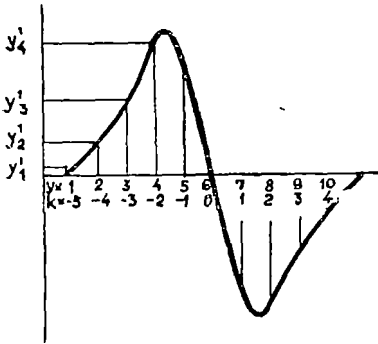


Fig. 1. Ilustrarea metodei de determinare a momentului  $\langle H^n \rangle$ .

*Detalii experimentale.* Teoria expusă a fost aplicată la studiul formei liniei RES a ionului  $\text{Cr}^{3+}$  în  $(\text{NH}_4)\text{Ga}(\text{SO}_4)_2 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$ , care este un compus izomorf alaiunilor, ionul  $\text{Al}^{3+}$  este înlocuit tot cu ion trivalent.  $\text{Ga}^{3+}$ . Cristalele necesare experienței au fost crescute din soluție saturată de  $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$  și  $\text{Ga}_2(\text{SO}_4)_3 \cdot 18\text{H}_2\text{O}$  în raport

stoechiometric, la care s-a adăugat  $\text{Cr}_2(\text{SO}_4)_3 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$  sub formă de impuritate paramagnetică în concentrație de 0,05%

Simetria cristalului este cubică [3] Ionul  $\text{Cr}^{3+}$  substituie în rețea ionul  $\text{Ga}^{3+}$ . În acest fel ionii de crom se află așezați fiecare la câte un capăt al diagonalei volumice (fig 2) Deci în celula elementară există patru ioni de crom. La celălalt capăt

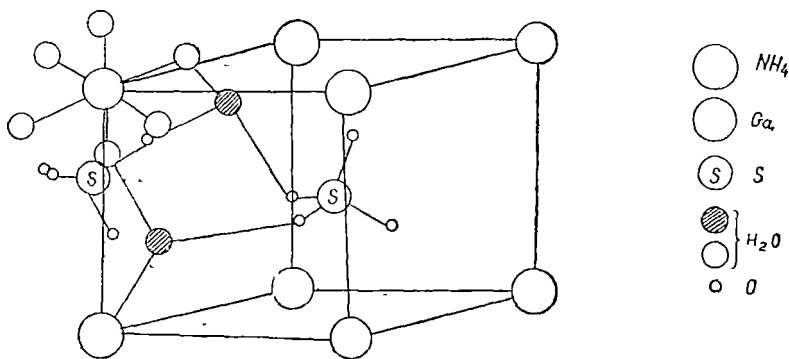


Fig 2 Structura cristalină a  $(\text{NH}_4)\text{Ga}(\text{SO}_4)_2 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$

al fiecărei diagonale volumice se găsește câte un ion de amoniu Șase din moleculele de apă formează un octaedru în jurul ionului de crom, iar celelalte șase contribuie la înlanțuirea grupurilor de coordinație  $\cdot \text{SO}_4$  și  $\text{NH}_4$ .

Din cauza moleculelor de apă care formează octaedrul, simetria câmpului cristalin la locul unde se află ionul  $\text{Cr}^{3+}$  este alta decât cea cubică [3] și anume este o simetrie axială cu axele de simetrie în lungul celor patru direcții  $\langle 111 \rangle$ , astfel că ionii de crom ocupă patru poziții magnetic neechivalente

Măsurătorile au fost efectuate cu spectrometrul JES-3B (banda X) la temperatura camerei și la temperatura de  $-47^\circ\text{C}$  Spectrul RES analizat de noi s-a ridicat pentru orientarea în care una din cele patru axe de simetrie ale câmpului cristalin este paralelă cu direcția câmpului magnetic static  $\vec{H}_0$ . Dacă notăm cu  $\theta$  unghiul dintre direcția câmpului cristalin și direcția câmpului magnetic exterior, înseamnă, că, în această situație unul dintre ioni celulei elementare formează cu direcția câmpului  $\vec{H}_0$  un unghi  $\theta = 0^\circ$ , iar ceilalți sînt echivalenți formînd cu  $\vec{H}_0$  unghiuri  $\theta = 70^\circ$ .

Întrucît pentru ionul de crom valoarea spinului total este  $3/2$ , spectrul RES ar trebui să conțină șase linii de structură fină permise, adică cîte trei linii de la fiecare din cele două tipuri de ioni neechivalenți Spectrul obținut de noi (fig 3) conține șase astfel de linii de structură fină. Linia  $-3/2 \leftrightarrow +1/2$  corespunde unei tranziții interzise Se observă numai cinci linii de structură fină, deoarece linia care corespunde tranziției  $-1/2 \leftrightarrow +1/2$ , cea mai intensă, este o suprapunere a celor două linii corespunzătoare tranziției  $-1/2 \leftrightarrow +1/2$  de la ioni cu  $\theta = 0^\circ$  și  $\theta = 70^\circ$

*Rezultate experimentale* Am analizat trei linii ale spectrului RES:

1 *Linia corespunzătoare tranziției  $-3/2 \leftrightarrow -1/2$ ,  $\theta = 0^\circ$*  Rezultatele obținute sînt arătate în tabelul 1, ele conducînd la următoarele concluzii:

— la temperatura camerei ambele metode indică o formă de linie gaussiană;

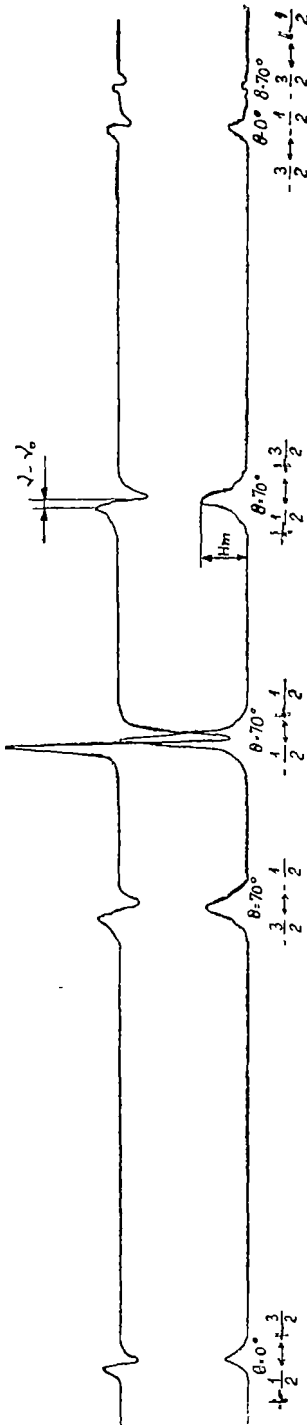


Fig. 3. Spectrul RES al ionului Cr<sup>3+</sup> în (NH<sub>4</sub>)<sub>2</sub>Ca(SO<sub>4</sub>)<sub>2</sub> 120 MHz

Tabel 1

Rezultatele obținute pentru linia corespunzătoare tranziției -3/2 ↔ -1/2; θ = 0°

Temperatura	$\frac{\langle H^4 \rangle}{\langle H^2 \rangle^2}$	<i>n</i>	Forma	$T_1$ 10 <sup>-8</sup> sec.	$T_2$ 10 <sup>-8</sup> sec
camerei	2,94	2,805	gaussiană	4,85	2,26
-47°C	2,74	2,635	gaussiană	12,36	2,44

— valorile timpilor de relaxare la temperatura camerei sînt de ordinul 10<sup>-8</sup> sec.,

— scăzînd temperatura, semilărgimea liniei se micșorează. Se observă că atît valoarea raportului  $\langle H^4 \rangle / \langle H^2 \rangle^2$ , cît și a parametrului *n* scade, forma liniei rămînînd cea gaussiană.

— la temperatura de -47°C, valorile timpilor de relaxare cresc puțîn, păstrîndu-se același ordin de mărime.

2. *Linia corespunzătoare tranziției -3/2 ↔ -1/2; θ = 70°.* Pe baza tabelului 2 enumerăm următoarele concluzii referitoare la această linie:

— ambele metode indică o formă de linie gaussiană,

— valorile timpilor de relaxare la temperatura camerei sînt tot de ordinul 10<sup>-8</sup> sec., ca și în cazul precedent. Ele cresc cu scăderea temperaturii, fără a se modifica ordinul de mărime.

— cu scăderea temperaturii linia se îngustează.

Tabel 2

Rezultatele obținute pentru linia corespunzătoare tranziției -3/2 ↔ -1/2, θ = 70°

Temperatura	$\frac{\langle H^4 \rangle}{\langle H^2 \rangle^2}$	<i>n</i>	Forma	$T_1$ 10 <sup>-8</sup> sec.	$T_2$ 10 <sup>-8</sup> sec
camerei	3,07	2,718	gaussiană	2,83	0,97
-47°C	2,97	2,679	gaussiană	3,86	1,09

3. *Linia corespunzătoare tranziției -1/2 ↔ +1/2, θ = 0°, θ = 70°.* Conform rezultatelor din tabelul 3 conchidem că:

— de data aceasta funcția de formă este o convoluție a celor două tipuri postulate,

Tabel 3

Rezultatele obținute pentru linia corespunzătoare tranziției  
 $-1/2 \leftrightarrow +1/2$ ;  $\theta = 0^\circ$ ,  $\theta = 70^\circ$

Temperatura	$\frac{\langle H^4 \rangle}{\langle H^2 \rangle^2}$	$n$	Forma	$T_1$ $10^{-8}$ sec	$T_2$ $10^{-8}$ sec.
camerei	4,43	4,623	convolutivă	1,18	6,6
-47°C	4,15	4,598	convolutivă	1,43	7,92

— scăderea temperaturii produce o ușoară variație a formei spre cea gaussiană, rămânând însă tot o formă convolutivă,

— valoarea timpilor de relaxare este tot de ordinul  $10^{-8}$  sec., ea crescând puțin cu scăderea temperaturii în cadrul aceluiași ordin de mărime.

## BIBLIOGRAFIE

- 1 Devis, M., Strandsberg, J., „Phys Rev”, **105**, 449 (1957)
- 2 Farach, H., Teitelbaum, M., „Can. J. Phys”, **35**, 2913 (1967)
- 3 Lippson, H., „Proc. Roy. Soc.”, A **151**, 347 (1955)
- 4 Poole, C., *Electron spin resonance*, Interscience publishers, New York, 1967, cap. 20.
- 5 Van Vleck, „Phys Rev.”, **74**, 9, 1168 (1948)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРЕМЁН РЕЛАКСАЦИИ  $T_1$  И  $T_2$  ИОНА  $Cr^{3+}$  В  $(NH_4)Ga(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$   
 МЕТОДОМ ПАРАМЕТРА  $n$

(Резюме)

Авторы определили времена релаксации спин-спин ( $T_2$ ) и спин-решетка ( $T_1$ ), изучая вид линии ЭПР иона  $Cr^{3+}$  в  $(NH_4)Ga(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$  при комнатной температуре и при  $-47^\circ C$ .

DÉTERMINATION DES TEMPS DE RELÂCHEMENT  $T_1$  ET  $T_2$  DE  $Cr^{3+}$  DANS  
 $(NH_4)Ga(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$  PAR LA MÉTHODE DU PARAMÈTRE  $n$

(Résumé)

On détermine dans le présent travail les temps de relâchement spin-spin ( $T_2$ ) et spin-réseau ( $T_1$ ) en étudiant la forme de la ligne RES de l'ion  $Cr^{3+}$  dans  $(NH_4)Ga(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$  à la température ambiante et à  $-47^\circ C$ .





# PROTON MAGNETIC RESONANCE STUDY ON LIGHT- AND HEAVY-WATER SOLUTIONS OF BE(II)

A. FARKAS and E. TĂTARU

The technique of high resolution N M R. Spectroscopy has frequently been used to study the behaviour of electrolytes in water and in aqueous solvent mixtures [1, 2, 3].

If highly concentrated aqueous salt solutions are cooled to about  $-40^{\circ}\text{C}$ ,  $-60^{\circ}\text{C}$ , the proton exchange is slowed, and separate proton resonance signals are observed for bulk and complexed water molecules. The diamagnetic ions studied as Al, Ga, In, Mg produce only one complexed water signal. Be is one of the exceptions, for which a variety of complexed signals are observed [2, 4].

As we mentioned in [5], if water is partial deuterated in an Al (III) aqueous solution, the proton spectra show some isotope effects in linewidths, in separation of the two signals and in redistribution of isotopes.

The purpose of our paper is to present a P M R study of  $\text{Be}(\text{NO}_3)_2$  solutions in a temperature range  $+17,5^{\circ}\text{C} - 70^{\circ}\text{C}$ .

In general the water signals are quite broad in the pure aqueous solutions [2, 6]. The addition of acetone to water produces favorable conditions to observe the bulk and complexed water signals [3].

The Be and deuterium concentrations of our samples are listed in Table I. All measurements were performed on 1 : 2 water-acetone mixtures. The P M R spectra were recorded with a 60 Mc JNM 3H-60 spectrometer.

In the temperature range  $17,5^{\circ}\text{C} - 0^{\circ}\text{C}$  the proton exchange is so rapid that there is only one symmetrical water line in the spectra. The increased broadness of deuterated sample signals reflect that proton exchange is significantly slowed by substitution of H by D and there is rate-determining. The half line-widths ( $\Delta\nu_{1/2}$ ) are listed in table I. The chemical shift of single water line does not appear to be deuterium concentration dependent.

*Table I*

Sample	Be H <sub>2</sub> O	% mol D	$\Delta\nu_{1/2}\text{Hz}$ 17,5°C	$-\delta_{1z}$ A ppm	$-\delta_{1z}$ B ppm	$-\delta_{1z}$ C ppm
1 a	1 12,7	—	55	0,17	0,13	0,08
1 b		67	68			
2 a	1 8,6	—	81	0,12	0,10	0,06
2 b		48	100			

Under  $-20^{\circ}\text{C}$  the proton exchange is slowed down at such an extent, the complexed water signals will appear. A spectrum obtained for sample 2 b. is shown in fig. 1. The peaks A, B, C at lower field represent the non-equivalent protons in the three different complexes, F is the bulk water signal and S a satellite line of acetone considered a standard. First appears the signal C at  $-20^{\circ}\text{C}$ , at  $-28^{\circ}\text{C}$  begins the separation of A and B, showing that the complexes participate with different rates in the proton exchange process. The signal intensities have a relatively constant ratio, as A : B : C = 4,4 : 1 : 1,4 for samples 1. and 4 : 1 : 1,6 for samples 2. The electronic integration errors do not permit to study the isotope effects in complex formation.

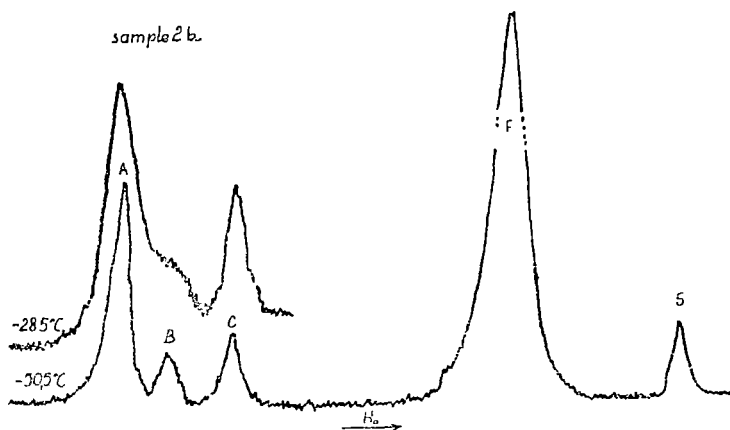


Fig. 1. PMR spectrum of the sample 2b at low temperatures.

the three different complexes, F is the bulk water signal and S a satellite line of acetone considered a standard. First appears the signal C at  $-20^{\circ}\text{C}$ , at  $-28^{\circ}\text{C}$  begins the separation of A and B, showing that the complexes participate with different rates in the proton exchange process. The signal intensities have a relatively constant ratio, as A : B : C = 4,4 : 1 : 1,4 for samples 1. and 4 : 1 : 1,6 for samples 2. The electronic integration errors do not permit to study the isotope effects in complex formation.

The bulk water signals being better separated, it is possible to find from integrated spectra an isotope separation factor for global complexed and bulk water. The value  $1,07 \pm 0,04$  obtained is in a good agreement with the value known from [7].

It is impossible to obtain exact structural information about these complexes by this technique, there are necessary yet other investigations.

The temperature dependence of A signal line-width we can accord this signal to complex  $\text{Be}(\text{H}_2\text{O})_4^{++}$  - has a pronounced minimum, showing two different processes: the slowed proton exchange between  $-30^{\circ}\text{C}$ , and  $-42^{\circ}\text{C}$  and a decreased diffu-

It is impossible to obtain exact structural information about these complexes by this technique, there are necessary yet other investigations.

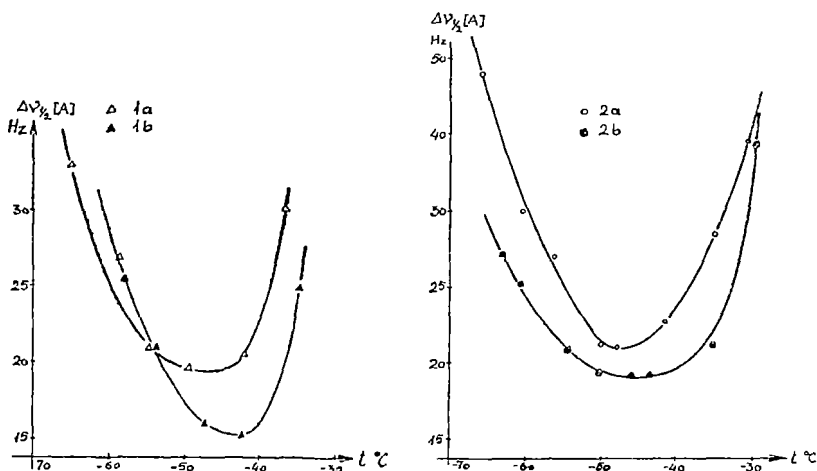


Fig. 2. The A complex line-widths variation in function of the temperature

sion rate by rotation of the complex at lower temperatures, characteristic for phase transformation phenomena (fig. 2).

As we can expect, the minima obtained for deuterated samples are at higher temperatures with a few Celsius degrees.

The values obtained for isotopic chemical shifts of A, B, and C complexes — listed in Table I as  $\delta_{iz}$  — are enormous on the scale of isotopic shifts and in opposite direction, at lower field [8]. Big values can be expected if we consider that isotope effects are always greater at low temperatures.

With few exceptions the effect of substituting a heavy isotope for a light one is to increase the magnetic shielding of a nearby nucleus. The exceptions of opposed field direction are always bounded at ionic complexes, as known from [6, 9].

A complete theoretical study will be helpful in order to elucidate the factors which contribute to isotopic shifts of ionic complexes

The bulk water signals do not show isotope effect in chemical shift. The linear temperature dependence of  $\delta(F - S)$  shows the characteristic picture of H-bounded liquid systems. (fig. 3).

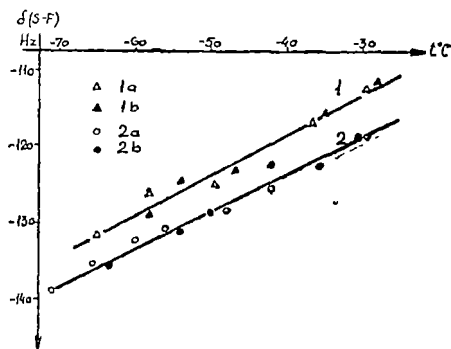


Fig 3 Temperature dependence of the bulk water signals chemical shift.

(Received October 1, 1970)

REFERENCES

- 1 Schuster R. E, Fratiello A., J. Chem. Phys, 47, 1544, 1967
- 2 Fratiello, A., Lee R. E, Nishida, M, Schuster R. E, id 48, 3705, 1968.
- 3 Fratiello, A, Nishida M, Lee, R. E, Schuster, R. E, id, 50, 3624, 1969.
- 4 Buslaev IU A., Petrosian S P, Buslaeva, N M, Tarasov, V. P, Dokladi AN, ser. chim, 187, 1, 120, 1969.
- 5 Farkas, A., Koch F, Studia Universitatis Babes-Bolyai, Series Physica, fasc 1, 75, 1970.
- 6 Schoolery, J. N, Alder, B. J., J Chem. Phys, 23, 805, 1955
- 7 Barrer, R. M, Denny A. F, J Chem Soc., 4677, 1964
- 8 Bernheim R. A, Batiz -Hernandez, H., J Chem Phys, 45, 2261, 1966
- 9 Fraenkel, G, Asahi, Y., Batiz-Hernandez, H, Bernheim, R. A., id., 44, 4647, 1966.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЯМР РАСТВОРОВ Be(II) В ЛЕГКОЙ И ТЯЖЕЛОЙ ВОДЕ  
(Резюме)

Присутствие дейтерия в водном растворе Be (II) изменяет ЯМР спектр высокого разрешения. Выявляются изотопические эффекты, возникающие в ширине сигналов в температурной области 17,5°C — 70°C. Показывается, что валовая гидратационная сфера Be(II) богаче протонами, чем свободная вода. Получаются изотопические химические смещения для ионных комплексов. Значения пропорциональны концентрации дейтерия и расположены в направлении более слабых полей.

STUDIUL RMN AL SOLUȚIILOR DE Be(II) ÎN APĂ UȘOARĂ ȘI GREĂ  
(Rezumat)

Prezența deuteriului în soluția apoasă de Be(II) modifică spectrul RMN de rezoluție înaltă. Se pun în evidență efectele izotopice ce apar în lărgimea semnalelor în domeniul de temperatură 17,5°C — 70°C. Se arată că sfera globală de hidratare a Be(II) este mai bogată în protoni decât apa liberă. Se obțin deplasările chimice izotopice pentru complexii hidratați. Valorile sînt proporționale cu concentrația de deuteriu și se așază către câmpurile mai slabe.



# STUDIUL VITEZEI DE PROPAGARE A UNDELOR ULTRASONORE ÎN ALCOOLI PRIMARI ȘI ÎN AMESTECURILE LOR (I)

## C. ȘTEȚIU

În cercetarea stării lichide, un capitol important îl ocupă studiul propagării undelor acustice în lichide pure, amestecuri și soluții. Acest studiu, prin măsurarea vitezei de propagare a sunetului în diferite medii, contribuie la elucidarea naturii stării lichide.

Schimbarea structurii lichidului aduce după sine variația compresibilității lui. Viteza de propagare este o mărime legată direct de compresibilitatea  $\beta$  a lichidului în care se propagă unda sonoră.

$$v = \sqrt{\frac{1}{\rho \beta_{ad}}} = \sqrt{\frac{x}{\rho \beta_{12}}} \quad (1)$$

unde  $\rho$  reprezintă densitatea lichidului, iar  $x = \frac{c_p}{c_v}$ . Prin urmare, cunoscând viteza de propagare a sunetului într-un lichid, se poate determina imediat compresibilitatea lui.

Pentru a găsi legătura dintre viteză și mărimile ce caracterizează structura lichidelor, S c h a a f f s [1] plecând de la ecuația lui van der Waals și de la expresia  $v^2 = x \frac{dp}{d\rho}$ , găsește pentru viteză o expresie de forma

$$v^2 = f(x, M, b, \rho) \quad (2)$$

unde  $x = \frac{c_p}{c_v}$ ,  $M$ -masa moleculară,  $b$ -covolumul iar  $\rho$ -densitatea. Deci, cunoscând viteza, se poate ușor determina covolumul, mărime ce ne poate da o indicație asupra dimensiunilor moleculelor. În acest sens Schaaffs găsește

$$b = \frac{M}{\rho} \left[ 1 - \frac{xRT}{Mv^2} \left( \sqrt{1 + \frac{Mv^2}{xRT}} - 1 \right) \right] \quad (3)$$

unde  $T$  reprezintă temperatura în grade absolute, iar  $R$ —constanta universală a gazelor. Același autor leagă viteza (prin intermediul covolumului  $b$  și al polarizării moleculare  $P$ ) de momentul dipolar  $\mu$  al lichidului, prin relația

$$\mu = \sqrt{\frac{9kT}{4\pi N_L} \left( P - \frac{b}{4} \right)} \quad (4)$$

unde  $k$  — constanta lui Boltzmann iar  $N_L$  — numărul lui Loschmidt.

Folosind unele relații termodinamice între parametrii ce caracterizează lichidele, K u d r i a v ț e v [2] stabilește o legătură între viteza sunetului în lichid și tensiunea superficială a acestuia. Conform acestei relații,

$$\sigma = \frac{1}{18,66} \left( \frac{v^2}{\kappa} - \frac{RT}{M} \right) \left( \frac{M \rho^2}{N} \right)^{1/2} \quad (5)$$

unde  $\sigma$  reprezintă tensiunea superficială,  $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$ ,  $R$ -constanta universală a gazelor,  $M$ -masa moleculară,  $\rho$ -densitatea și  $N$ -numărul lui Avogadro.

Pornind de la ideea dependenței vitezei de volumul molecular, R a o [3] găsește empiric că majoritatea lichidelor organice respectă relația

$$\frac{M}{\rho} v^{1/2} = \text{const.} = v_m \quad (6)$$

numită și regula lui Rao, unde constanta  $v_m$  se definește ca viteză acustică moleculară. Se pare că viteza moleculară este o constantă caracteristică fiecărui lichid, nedepinzînd de temperatură.

W a d a [4] introduce empiric o relație între compresibilitatea adiabatică  $\beta_{ad}$  și volumul molar, asemănătoare regulei lui Rao și anume

$$\frac{M}{\rho} \beta^{-1/2} = \text{const.} = W$$

unde  $W$  se definește drept compresibilitate moleculară. Conform relației lui Wada, compresibilitatea moleculară este independentă de temperatură și presiune.

În studiul stării lichide este importantă cunoașterea vitezei de propagare nu numai în lichide pure, ci și în amestecuri.

Un amestec cu două componente poate fi definit ca ideal, dacă energia internă a amestecului  $U$ , este egală cu suma energiilor interne a componentelor.

$$U = c_A U_A + c_B U_B \quad (7)$$

unde  $c_A$  și  $c_B$  indică fracțiunea molară a componentelor. Același tip de relație se păstrează și pentru volumele molare, indicînd că cele două lichide sînt asemănătoare în structură și forțe de coeziune

$$V = c_A V_A + c_B V_B \quad (8)$$

În privința vitezei de propagare  $v$  a sunetului în amestecuri, numai în unele cazuri se poate evalua ca o funcție liniară de tipul

$$v = c_A v_A + c_B v_B \quad (9)$$

unde  $v_A$  și  $v_B$  sînt vitezele de propagare în componentele pure, iar  $c_A$  și  $c_B$  fracțiile molare corespunzătoare celor două componente.

K u d r i a v ț e v [2], bazîndu-se pe un raționament termodinamic, găsește următoarea expresie pentru viteza sunetului într-un amestec ideal binar

$$v^2 = c_A \frac{M_A}{M} v_A^2 + c_B \frac{M_B}{M} v_B^2 \quad (10)$$

unde  $M_A$ ,  $M_B$ ,  $M$  sînt masele moleculare ale componentelor, respectiv a amestecului.

Mark s [5] a arătat că pentru amestecuri ideale viteza moleculară satisface relația

$$v_m = c_A v_{mA} + c_B v_{mB} \tag{11}$$

$v_{mA}$  și  $v_{mB}$  fiind vitezele moleculare ale componentelor pure.

În lucrarea de față, pornind de la ideea că studiul stării lichide poate fi facilitat prin studierea unei serii omoloage, se prezintă rezultatele măsurării vitezei de propagare a ultrasunetului în alcoolii primari. Seria alcoolilor primari derivă din molecula de bază de alcool metilic, prin adăugarea grupului  $\text{CH}_2$ . Se urmărește efectul adăugării grupului  $\text{CH}_2$  asupra vitezei sunetului. Ca tip de amestec ideal se studiază amestecul alcoolilor metilic și etilic.

Cu studiul vitezei în alcoolii și în amestecurile acestora cu alte lichide s-au ocupat mulți cercetători [1,6–11] fără însă a extinde studiul întregului șir la un interval larg de temperatură.

**Procedeeul experimental.** În vederea determinării vitezei de propagare a ultrasunetului s-a folosit interferometrul mecanic descris de Șt. Vădeanu și M. Rácz în [12]. Frecvența de lucru a interferometrului este  $1 \text{ MHz} \pm 5 \text{ kHz}$ . Eroarea maximă în evaluarea vitezei este de 0,8%. Măsurătorile au fost efectuate în intervalul de temperatură 15–80°C, cu extrapolarea datelor pînă la 0°C. Densitățile alcoolilor au fost determinate picnometric. Densitatea  $\rho$  a amestecului la o concentrație dată a fost calculată din relația

$$\delta = \frac{M}{\frac{c_A M_A}{\rho_A} + \frac{c_B M_B}{\rho_B}}$$

ce derivă din (4), unde masa moleculară a amestecului  $M = c_A M_A + c_B M_B$

Datele privind  $\alpha = \frac{c_p}{c_v}$  au fost luate după

Wilson [10], iar valorile comparative pentru tensiunea superficială,  $\sigma$ , din tabele

**Rezultate experimentale. A Alcoolii primari.** Reprezentarea grafică a vitezei de propagare a sunetului în alcoolii în funcție de temperatură (fig. 1), prezintă o familie de drepte aproximativ paralele. Prin urmare, variația vitezei cu

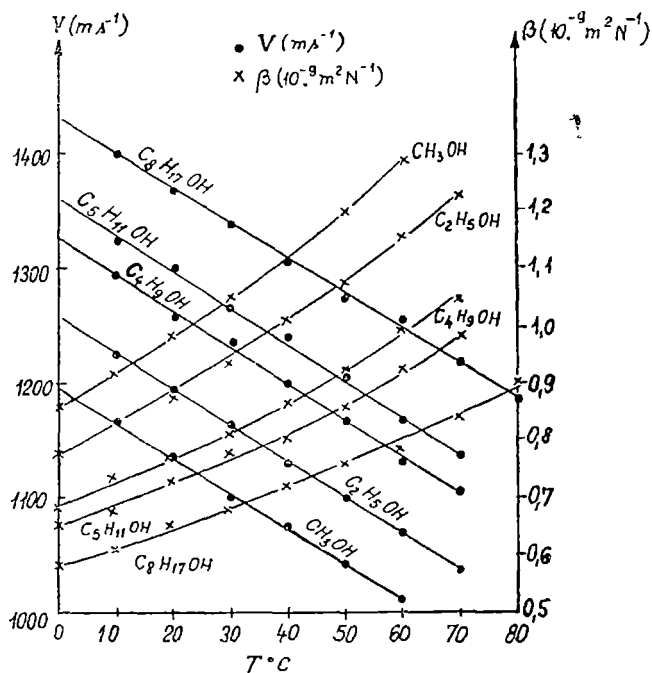


Fig 1. Dependența de temperatură a vitezei de propagare a ultrasunetului și a compresibilității, în alcoolii primari.



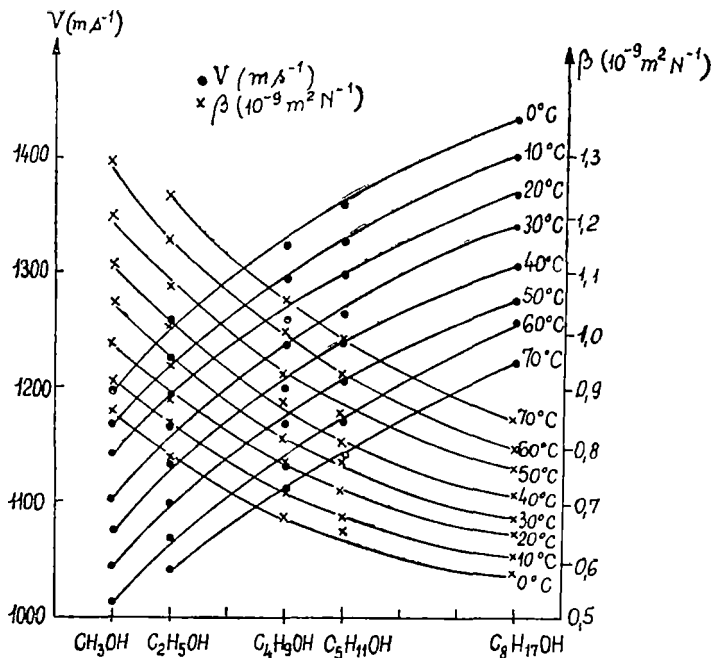


Fig. 2 Dependența vitezei de propagare a ultrasunetului și a compresibilității de structura moleculară a alcoolilor primari

temperatura poate fi reprezentată printr-o ecuație de forma

$$v = \left( \frac{\Delta v}{\Delta t} \right) t + v_0 \quad (12)$$

unde  $v_0$  reprezintă viteza la  $0^\circ\text{C}$  iar  $t$ -temperatura în  $0^\circ\text{C}$ . Coeficientul de temperatură al vitezei este în medie  $-3,14$  abaterea maximă de la această valoare fiind de  $4\%$ .

Reprezentînd grafic compresibilitatea adiabatică în funcție de temperatură (fig. 1) se observă că ea crește nelinier cu ridicarea temperaturii. Alcoolii sînt lichide puternic asociate. La creșterea temperaturii se micșorează forțele de atracție dintre grupările de molecule și,

prin urmare, distanțele dintre molecule crescînd, compresibilitatea lichidului crește.

Fig. 2 prezintă creșterea vitezei de propagare la adiționarea în moleculă a grupului  $\text{CH}_2$ . Prelucrarea datelor obținute a condus la o relație ce permite calcularea vitezei de propagare în orice alcool, la orice temperatură, cunoscînd dependența de temperatură a vitezei de propagare în alcool metilic. Conform acestei relații,

$$v_{xt} = v_{1t} + 54,46(x-1) - 2,36(x^2-1) \quad (13)$$

unde  $v_{xt}$  reprezintă viteza în alcoolul studiat, la temperatura  $t$ ,  $v_{1t}$ -viteza în alcool metilic la aceeași temperatură, iar  $x$ -numărul de grupări  $\text{CH}_2$  din molecula alcoolului studiat. Relația (13) se verifică cu eroarea maximă de  $0,4\%$ .

Compresibilitatea adiabatică scade cu creșterea grupării  $\text{CH}_2$  în moleculă (fig. 2). De fapt, cu cît cresc forțele de atracție dintre molecule, cu atît scad distanțele intermoleculare și deci scade și compresibilitatea.

În tabelul 1 sînt prezentate valorile obținute pentru covolum și tensiune superficială, folosind rezultatele măsurătorilor de viteză în alcool metilic și etilic. Drept criteriu de comparare a datelor obținute pentru covolum, s-a trecut în tabelul 1 și covolumul calculat cunoscînd (din tabele) refracția moleculară  $M_\alpha$  la  $20^\circ\text{C}$ . Se observă o creștere lineară a covolumului la ridicarea temperaturii. Valorile calculate pentru tensiunea superficială, dau o eroare maximă de  $4\%$  (la  $0^\circ\text{C}$ ) față de datele cunoscute în literatură.

Tabel 1

Lichidul studiat	M	t °C	$\rho$ (kg m <sup>-3</sup> )	v m s <sup>-1</sup>	$\alpha$ [10]	(10 <sup>-6</sup> m <sup>3</sup> mol <sup>-1</sup> )		(10 <sup>-3</sup> Nm <sup>-1</sup> )	
						(3)	dim M $\alpha$	(5)	(tabele)
Alcool metilic	32,04	20	789,2	1137	1,211	32,26	32,80		
		30	780,1	1101	1,199	32,40			
Alcool etilic	46,07	0	804,6	1257	1,185	48,19	49,68	25,25	24,05
		10	796,2	1225	1,180	48,50		23,83	23,04
		20	787,8	1195	1,177	48,59		22,48	22,09
		30	779,4	1165	1,175	48,72		21,20	21,21
		40	771,0	1131	1,174	48,90		19,74	20,39

Tabelul 2 prezintă valoarea vitezei acustice moleculare pentru seria alcoolilor primari. După cum se observă ușor, viteza molară crește cu ridicarea temperaturii la alcoolii metilic, etilic și butilic, prezentând de asemenea tendință de creștere și la alcoolii amilic și octilic. Reprezentarea grafică a vitezei moleculare în funcție de temperatură la alcoolii metilic și etilic indică o creștere nelineară a vitezei moleculare la creșterea temperaturii, curbele fiind convexe. O comportare asemănătoare s-a găsit și la apă [13].

Tabel 2

Lichidul studiat Temperatura °C	$v_m(10^{-6}m^{3/2}s^{-1}/mol^{-1})$				
	CH <sub>3</sub> OH	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> OH	C <sub>4</sub> H <sub>9</sub> OH	C <sub>6</sub> H <sub>11</sub> OH	C <sub>8</sub> H <sub>17</sub> OH
0	421,3	617,9	986,05	1178,78	1761,7
10	422,5	619,06	987,69	1177,05	1748,9
20	423,7	620,52	988,26	1188,36	1763,34
30	424,0	621,95	991,43	1179,87	1765,7
40	425,7	622,57	991,68	1182,09	1763,8
50	426,4	623,38	993,26	1181,11	1765,4
60	427,14	624,3	992,39	1179,14	1771,8
70		625,81	995,64	1179,26	1770,2

*B Amestecul alcool metilic-alcool etilic* S-a măsurat viteza de propagare în tot domeniul de concentrații ale alcoolului etilic în metilic, în intervalul de temperatură 15–60 °C. După cum se vede din fig. 3, viteza crește linear, iar compresibilitatea scade tot linear cu mărirea concentrației  $C_A$  a alcoolului etilic în metilic. Creșterea vitezei cu concentrația la o temperatură constantă este dată de relația

$$v = \left( \frac{\Delta v}{\Delta c_A} \right) c_A + v_A = 57,5 c_A + v_A \quad (14)$$

unde abaterea coeficientului de concentrație al vitezei de la valoarea medie 57,5 este de 4%. Relația (14) se verifică cu o eroare maximă de 0,25%.

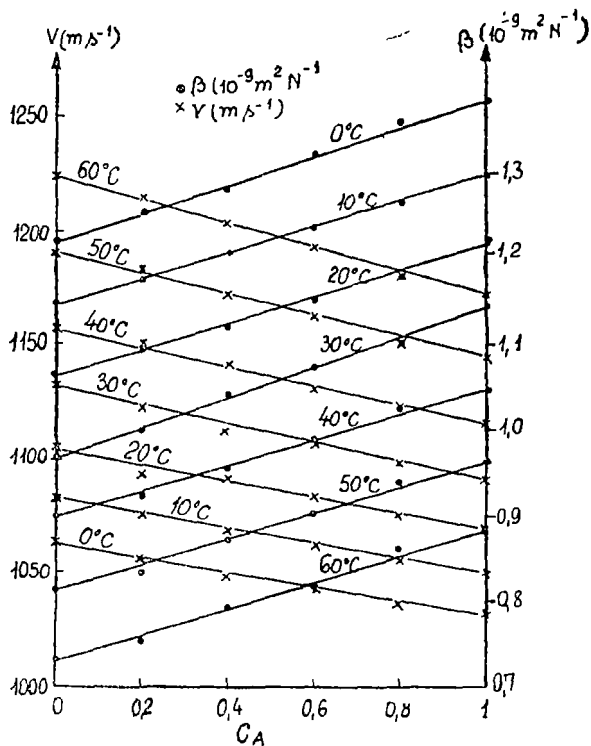


Fig 3 Dependența vitezei de propagare și a compresibilității de concentrația amestecului alcool etilic ( $C_A$ )-alcool metilic, la diverse temperaturi.

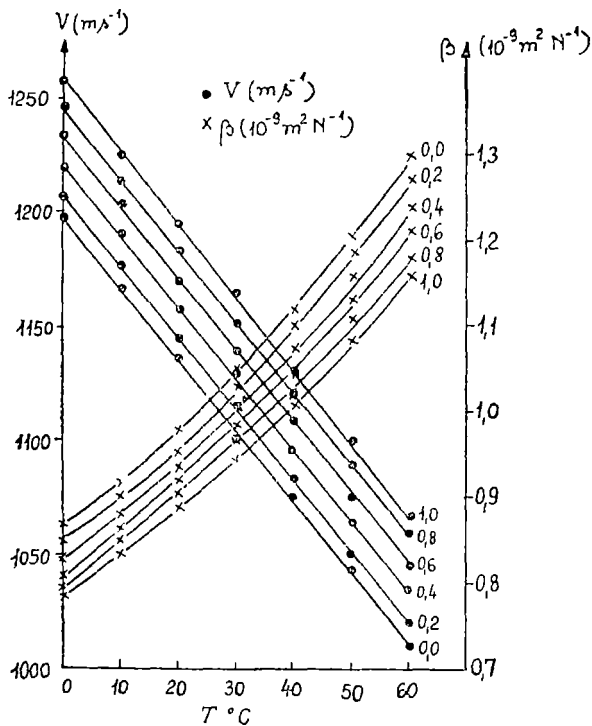


Fig. 4. Dependența vitezei de propagare și a compresibilității de temperatură, la diferite concentrații  $C_A$  ale alcoolului etilic în alcool metilic.

Tabel 3

$c_A$	$v(\text{m s}^{-1})$				$M$ ( $10^{-2}$ kg)	$\rho(\text{kgm}^{-3})$	$b(10^{-6}\text{m}^3\text{mol}^{-1})$	
	exp.	(14)	(9)	(10)			(3)	(15)
0,0	1137				32,04	789,2	32,26	
0,2	1146	1148,5	1148,6	1152	34,85	789,0	35,69	35,524
0,4	1157	1160	1160,2	1166	37,65	788,7	38,67	38,788
0,6	1170	1171,5	1171,8	1174	40,46	788,5	41,91	42,052
0,8	1183	1183	1183,4	1187	43,26	788,2	45,17	45,316
1,0	1195				46,07	787,8	48,58	

Din datele tabelului 3 se vede că viteza în amestecul studiat este o mărime aditivă în raport cu vitezele componentelor (vezi(9)), iar relația dată de Kudriavțev (10), nu se verifică. De asemenea se constată o creștere liniară a constantei  $b$  van der Waals cu creșterea concentrației alcoolului etilic în amestec. Prin urmare covolumul amestecului este și el o mărime aditivă

$$b = (b_A - b_B) c_A + b_B \quad (15)$$

în raport cu covolumele componentelor pure  $b_A$  și  $b_B$ . Verificarea relației (15) se vede în tabelul III.

Variația vitezei și a compresibilității cu temperatura este prezentată în fig. 4 La o concentrație dată, variația vitezei cu temperatura este dată tot de ecuația (12).

Tabel 4

$c_A$ $t^\circ\text{C}$	$v_m(10^{-6}\text{m}^3\text{s}^{-1}/\text{mol}^{-1})$							
	0,2		0,4		0,6		0,8	
	(6)	(11)	(6)	(11)	(6)	(11)	(6)	(11)
0	459,69	460,62	499,01	499,94	538,42	539,26	578,1	578,58
10	462,38	461,81	500,22	501,12	539,61	540,43	579,01	579,68
20	462,19	463,06	501,14	502,42	540,69	541,79	580,46	581,15
30	462,98	463,59	502,49	503,18	541,83	542,77	581,70	582,36
40	464,17	465,07	503,46	504,44	543,02	543,82	583,03	583,19
50	464,98	465,79	504,30	505,19	543,78	544,59	583,59	583,98
60	465,86	466,57	505,39	505,69	544,85	545,43	585,14	584,86

Rezultatele obținute privind viteza acustică moleculară în amestecul studiat sînt trecute în tabelul 4. Se observă o creștere liniară a vitezei moleculare cu concentrația alcoolului etilic în amestec. Prin urmare, relația (11) este valabilă. Verificarea ei este dată tot în tabelul IV. Se observă de asemenea o tendință de creștere a vitezei moleculare la ridicarea temperaturii.

(Intrat în redacție la 5 octombrie 1970)

## BIBLIOGRAPHIE

1. Schaaffs, W, „Z Physik”, **114**, 110, 1939, **115**, 69, 1940, „Ann. d Physik” **40**, 393, 1940, „Zs Phys. Chem”, **196**, 397, 1951
2. Kudriavtsev, „Akust Jurnal” **11**, 1956, 1 39
3. Rao, R, „Indian J Phys”, **14**, 109, 1940
4. Wada, Y, „J Phys Soc Japan”, **4**, 280, 1949
5. Marks, G W, „J Acoust Soc Am”, **27**, 680, 1955
6. Giacomini, A, „Acta pont Acad Sci”, **6**, 87, 1942
7. Lal, K C, Sharma, P N, „Z Phys Chem” **206**, 231, 1957
8. Rao, R H S, Rao, B R, „J Sci Ind Res (India)”, **20B**, 157, 1961
9. Nomoto, O, „J Phys Soc Japan”, **8**, 553, 1953
10. Wilson, „J Acoust Soc Am”, **36**, 333, 1964
11. Marks, G W, „J Acoust Soc Am”, **41**, 103, 1967
12. Vădeanu, Șt, Răcz, M, „Rev Fiz Chim”, A, **IV**, 11, 411
13. Rajagopalan, S, „J Phys Soc Japan”, **28**, 268, 1970

ИССЛЕДОВАНИЕ СКОРОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН В  
ПЕРВИЧНЫХ СПИРТАХ И В ИХ СМЕСЯХ (I)

(Резюме)

Измеряется скорость распространения ультразвука в первичных спиртах и в смеси метиловый спирт-этиловый спирт при частоте 1 мгц в температурном интервале 15—80°C, соответственно 15—60°C.

Зная зависимость скорости распространения от температуры в метиловом спирте и используя соотношение

$$v_{xt} = v_{1t} + 54,46(x-1) - 2,36(x^2-1),$$

где  $v_{1t}$  обозначает скорость распространения в метиловом спирте при температуре  $t$ , можно вычислить скорость  $v_{xt}$  в любом первичном спирте, причём  $x$  обозначает число  $\text{CH}_2$  групп из молекулы соответствующего спирта.

Из акустических данных, полученных экспериментально, автор вычисляет собою, поверхностное натяжение и молекулярную скорость в изученных спиртах и смесях

ÉTUDE DE LA VITESSE DE PROPAGATION DES ONDES ULTRA-SONIQUES DANS LES  
ALCOOLS PRIMAIRES ET LEURS MÉLANGES (I)

(Résumé)

L'auteur a mesuré la vitesse de propagation de l'ultrason dans les alcools primaires et dans le mélange alcool méthylique-alcool éthylique, à la fréquence de 1MHz et dans les intervalles respectifs de température 15—80°C et 15—60°C

Connaissant la dépendance, par rapport à la température, de la vitesse de propagation dans l'alcool méthylique et en utilisant la relation

$$v_{xt} = v_{1t} + 54,46(x-1) - 2,36(x^2-1)$$

où  $v_{1t}$  représente la vitesse de propagation dans l'alcool méthylique à la température  $t$ , on peut calculer la vitesse  $v_{xt}$  dans n'importe quel autre alcool primaire,  $x$  représentant le nombre de groupements  $\text{CH}_2$  de la molécule de l'alcool respectif

D'après les données acoustiques obtenues expérimentalement, on calcule le covolume, la tension superficielle et la vitesse moléculaire dans les alcools et le mélange étudiés

VERWENDUNG EINES INDUSTRIELLEN WOBULATORS  
ZUM ERHALTEN DES KMR-SIGNALS VON CO<sup>59</sup>

(Kurze Mitteilung)

F. KOCH

Es ist seit ziemlich langer Zeit bekannt, dass man in ferromagnetischen Metallen im „Nullfeld“ KMR-Messungen ausführen kann. So entdeckten, G o s s a r d und P o r t i s [2] dass die Resonanzlinie des Co<sup>59</sup> auf 217,2 MHz bei 0 °C liegt, und die Linienbreite ungefähr 400 kHz betragt

Die Signale die bei solchen Messungen auftraten sind ausserordentlich intensiv, deshalb kann man mit einfacheren Methoden arbeiten [2] — [10].

Wir registrierten die Absorbtionslinie, mit einer einfachen Methode, nämlich mit einem industriellen Wobulator. Das feinkornige Co-Pulver (99% rein, Firma Schuchardt) war in eine Spule ( $\Phi$  3 cm) eingesetzt.

Man kann sehr leicht beobachten dass bei ungefähr 215 MHz die kleine Absorptionssignal auftritt. Die Linienbreite kann man mit einem „marker“ abschätzen und steht im Einklang zu dem in der Literatur angegebenen Wert.

L I T E R A T U R

- 1 Proctor, W G, Yu, F C „Phys Rev“, (1951) **81**, 20
- 2 Portis, A M, Gossard A C, „J Appl Phys Supl“, (1960) **31**, 205 S
- 3 Gossard, A C, Portis A M, „Phys Rev Letters“, (1959) **4**, 164
- 4 Marshall, W, „Phys Rev“, (1958), **110**, 1280
- 5 Winter, J M, „J Phys rad“, (1962) **23**, 556.
- 6 Galperin, F M, „DAN“, (1964) **159**, 1257
- 7 Kiyoshi Sughibura et al, „J Phys Soc. Japan“, (1961) **16**, 1648
- 8 Hervé, J Aubrun, J N, „J Phys rad“, (1962) **23**, 570
- 9 Street, R, Rodbell, D S, Roth, W I, „Phys Rev“, (1961) **121**, 84
- 10 Blume R J, „Am Journ Phys“, (1963) **31**, 58

O METODĂ SIMPLĂ PENTRU DETECTAREA REZONANȚEI LA  $Co^{59}$ 

( R e z u m a t )

Se arată o metodă de detectare a rezonanței nucleare la  $Co^{59}$  cu ajutorul unui woblerscope. Semnalul s-a obținut la o probă de cobalt praf cu o puritate de 99%

ПРОСТОЙ МЕТОД ДЕТЕКТИРОВАНИЯ РЕЗОНАНСА У  $Co^{59}$ 

( Р е з ю м е )

Дается метод детектирования ядерного резонанса у  $Co^{59}$  с помощью woblersкопа. Сигнал получен у пробы кобальта в виде порошка с чистотой 99 %.



## RECENZII

**K. Magnus, Schwingungen**, B G Teubner Verlag, Stuttgart, 1969

Diese Einführung in die theoretische Behandlung von Schwingungsproblemen gehört der Reihe von Lehrbüchern für Studenten zur Unterstützung der Ausbildung neben den Vorlesungen und zur Prüfungsvorbereitung an.

Es ist eine Tatsache, dass die Schwingungslehre in fast alle Bereiche der Physik so wie der Technik eingreift und deshalb ist ein neues Buch auf diesem Gebiet immer aktuell. Gegenüber anderen Büchern mit ähnlicher Zielsetzung sind hier gewisse Schwerpunktsverschiebungen vorgenommen worden, was aus der Gliederung des Buches erkennbar ist. In 247 Seiten kann man über autonome Eigenschwingungen und selbsterregte Schwingungen lesen, doch werden auch die heteronomen parameterregten und erzwungenen Schwingungen behandelt. Koppelschwingungen sind auch dargestellt.

Man kann bemerken, dass der Autor besonderen Wert auf eine anschaulich-physikalische Überlegung, so wie auf eine Verbindung der Theorie mit praktischen Anwendungen legt. Besonders wichtig ist, dass moderne Begriffe wie Übergangsfunktion, Übertragungsfaktor, Frequenzgang eingeführt sind.

Das Verstehen der Grundgedanken ist durch praktische Beispiele erleichtert, die nach jedem Kapitel angeführt sind (insgesamt 62 Beispiele) und somit ist auch der Charakter des Werkes als Lehrbuch hervorgehoben.

Wir können dieses Buch allen jenen empfehlen, die auf diesem Gebiet ihre Fortbildung Wert legen.

F. KOCH

28 Birkhauser-Verlag, Basel-Stuttgart 1969 481 Seiten mit zahlreichen Figuren

Die erste Auflage dieses Buches ist 1928 im Springer-Verlag, Berlin erschienen. Auf Grund der minutiösen Erkenntnisse der Kernphysik, der neuen Ergebnisse und Methoden in der Technik und Forschung, hat sich der Charakter der Geophysik geändert. Die zweite Auflage des Buches ist dem veränderten Weltbild des modernen Menschen angepasst und ganz neu geschrieben. Alle Methoden der geophysikalischen Erdstromforschung und die Probleme der atmosphärischen Elektrizität sind fortgelassen. Dagegen sind zahlreiche ergänzende Abschnitte hinzugefügt, die teilweise erstmalig veröffentlicht sind: die Behandlung des Schotters, die Theorie der Saugtransformatoren elektrischer Einphasenbahnen, die Erdschlusswellen, die Hochfrequenzender, usw. Die Gleichungen sind als Grössengleichungen geschrieben und es wird das rationale Einheitensystem benutzt, ihnen sind auch die Textabbildungen und die Zahlenbeispiele angepasst. Die Bezeichnungen der physikalischen Größen entsprechen im allgemeinen der internationalen Empfehlungen. Alle vorwiegend mathematischen Überlegungen sind in selbständigen mathematisch-physikalischen Zusätzen, am Ende des Buches, zusammengefasst.

*Inhalt* Die Bedeutung der Erdströme. Stationäre Erdströmung. Einfache Erder Verzweigter Stromübertritt in die Erde. Inhomogenitäten im Erdreich. Widerstände im Erdersystem. Erwärmung von Erdern. Quasistationäre Erdströme. Der Erdschlussstrom. Erdstrahlung. Schaltvorgänge im Erdreich. Sachverzeichnis. Ergänzende Literaturangaben.

T. I. LÁSZLÓ

**Erdströme** von Dr. Ing Dipl. — Ing. Dr. Ing. Eh., Professor F. Ollendorff, Mitglied der Israelischen Akademie der Wissenschaften. Lehr- und Handbuch der Ingenieurwissenschaften Nr.

**Elektromagnetische Felder** von Dr. rer. nat. Gunter Lantz, o. Professor an der Techn. Universität Braunschweig. Taubner-Studienbücher

B G Teubner-Verlag, Stuttgart 1969 180 Seiten mit 104 Figuren

Das vorliegende Hochschullerhrbuch wendet sich an die Studenten aus den höheren Semestern Es ist der Inhalt einer Vorlesung, aber es eignet sich auch zum Selbststudium, zur Wiederauf- frischung von Kenntnissen der Maxwell'schen Theorie und zur Prüfungsvorbereitung Als Voraussetzung soll der Leser Kenntnisse der phänomenologischen elektromagnetischen Erscheinungen, sowie der Analysis, der Vektoralgebra und der Theorie gewöhnlicher Differentialgleichungen haben. Im Vordergrund der Betrachtungen steht der Feldbegriff Das Lehrbuch gibt einen allgemeinen, aber beabsichtigt nichtvollständigen Überblick, die scheinbar einfache aber etwas abstraktere Denkweise verlangenden Fragen sind aber ausführlich erläutert worden Um die Assimilation zu erleichtern, sind den verschiedenen Abschnitten konkrete Beispiele und Probleme beigegeben Die Gleichungen sind ausschliesslich als Grossgleichungen geschrieben und es wird nur das rationale Einheitensystem benutzt Die Einheiten und Bezeichnungen der physikalischen Grossen entsprechen den internationalen Empfehlungen

Das Lehrbuch hat einen klaren und kurzgefassten Stil, die Figuren sind einfach aber anschaulich Der Autor legt den Akzent mehr auf die statischen als auf die quasi- und nichtstationären Felder

*Inhalt* Verzeichnis der wichtigsten Symbole, Feldtheorie in reuender Materie (allgemeine Grundlagen, elektrostatische magnetostatische, stationäre, quasistationäre, schnellveränderliche Felder), Maxwell'sche Theorie in bewegter Materie (die Kraft des elektromagnetischen Feldes auf bewegte Ladungen, das Induktionsgesetz für bewegte Körper), Sachverzeichnis

T I LÁSZLÓ

**Boundary-Layer Meteorology.** This new journal, edited by R E Munn (Meteorological Service of Canada, Toronto), is an interdisciplinary

international journal dealing with physical and biological processes in the lowest 1000 m of the atmosphere, called atmospheric boundary layer One volume will be published yearly, printed in the Netherlands by D Reidal Publishing Company, Dordrecht. The journal is an appropriate medium for publications referred to a) the layers within a few millimeters of the interface, b) the surface boundary layer, about 50 m and c) the Ekman layer, about 1000 m in thickness, surrounds the earth On the physical side will be considered on the structure of turbulence, on diffusion processes, heat transfer, evaporation, air-sea interactions, on the dynamic response of tall structures to the wind, on valley flows, sea-breezes, urban meteorology, on the interactions with scale-large systems in the upper troposphere and the stratosphere The studies will concentrate on a) experimental investigations (including descriptions of new instruments) and b) theoretical models On the biological side, topics will include heat, water and CO<sub>2</sub> transference to and from plants, animals and human beings, the biological response to atmospheric stresses, the study of stress-response relations — *The contents of the first number* (Vol 1 No 1, March 1970, 111 pages) are A meteorological 80 m tower near Rotterdam, Temperature and roughness for neutral and unstable conditions, Problems of atmospheric shear flows and their laboratory simulation, Note on rapid pulsations of temperature lapse rate, Variangular wind spirals, Some evidence of organized flow over natural waves, On the measurement of vertical humidity transport over land, Determining surface roughness and displacement height — From the contents it results that the "Boundary-Layer Meteorology" will solve many of the problems of the human environment, of the life which exist within the lowest, relatively thin skin of air and will give solutions of local applicability employed multivariate analysis techniques

T I LÁSZLÓ

## CRONICĂ

### Participări la manifestări științifice internaționale

1—5 septembrie 1970

Congresul internațional de Fizică AMPERE, București Au participat prof dr doc V. Mercea, prof dr H. Țintea, prof dr I Pop, conf dr F. Kelemen, conf dr. F. Koch, conf dr M. Vasîu, conf. dr Al Nicula, conf dr. A Weissmann, conf dr Al Bodi, lector P Cioară, lector F Bota, lector L Stănescu, lector dr V Cristea, asist. I Barbur, asist D Popescu, asist P. Maxim, asist L Tomuța, asist A Farkas, asist Gh Stoicescu, cercetători E Trif, L Giurgiu, M Peteanu, V Militaru, Sp Coldea, M Crișan, L Cociu, G Pop, ing T Cherebețiu  
S-au prezentat următoarele lucrări

- a) E Trif, Al Nicula, Al Bodi, *EPR Study of the Line Width Variation as Function of Temperature in Zeolites*
- b) F. Koch, *Circular Magnetic Field in NMR*
- c) F Koch, V Znamirovski, *Chemical Shift in Gamma-Irradiated C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>OH—C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>OK—H<sub>2</sub>O(D<sub>2</sub>) System*
- d) Gh Cristea, H J Stapleton, *Concentration-Dependent Orbach Relaxation Rates in Cerium-Doped Lanthanum Magnesium Nitrate*
- e) L. V. Giurgiu, Al Nicula, A Darabont, *Temperature and Irradiation Influence on Cu<sup>2+</sup> ESR Spectrum in K<sub>2</sub>Zn(SO<sub>4</sub>)<sub>4</sub> · 6H<sub>2</sub>O*
- f) Al Nicula, Al Darabont, M Peteanu, *The Symmetry of Paramagnetic Centers and the Type of Irradiation*

21—24 iulie 1970

Conference on Dielectric Materials, Measurements and Applications, Lancaster, England  
Au participat conf dr Al Nicula, conf dr A Bodi

15—19 septembrie 1970

Școala de vară, Gand, Belgia A participat asist P. Ștețiu.

### Ședințe și comunicări

29—30 mai 1970

Sesiunea anuală de comunicări a corpului didactic de la Universitatea „Babeș-Bolyai” Cluj. S-au prezentat următoarele comunicări

- 1 V. Mercea, I Mastan, *Spectrometru de masă pentru ioni metastabili*
- 2 F Koch, *Conformația moleculară și schimbul izotopic*
- 3 V Znamirovski, *Fracționarea izotopică a hidrogenului în sistemul H<sub>2</sub>O—OH*
- 4 D Auslander, C Șerban, I Dăbălă, *Aplicarea formulei lui Rao la unele soluții apoase*
- 5 V Mercea, E Constantin, *Reacții de ciocnire între ioni CH<sub>4</sub><sup>+</sup>, CH<sup>+</sup> și CH<sub>2</sub><sup>+</sup> cu molecule de metan*
- 6 D Auslander, I Lenard, E Rus, L Mirza, *Influența ultrasunetelor asupra cristalizării din soluție a alaiunilor*
- 7 L Onițiu, D Auslander, A Ciupe, *Compresibilitatea soluțiilor apoase ale unor bromuri*
- 8 T Laszlo, *Considerații asupra corelației dintre propagarea transorizontală a undelor VHF și tipurile de zi ale straturilor ionosferice Es din zona temperată*
- 9 H Țintea, C Kovacs, *Metodă interferometrică pentru determinarea simultană a indicelui de refracție și a grosimii la strate subțiri dielectrice*
- 10 P Ștețiu, *Aparat pentru analiza termică diferențială a compuşilor volatili*

- 11 Fr. Kelemen, A Neda, *Un calorimetru adiabatic de vid pentru intervalul de temperatură 100°–450°K.*
- 12 M. Vasîu, *Asupra stabilirii ecuațiilor de dispersie și a criteriilor de instabilitate magnetohidrodinamică a unor modele de plasmă cu presiune anizotropă și cu luarea în considerare a curentului Hall*
- 13 M Vasîu, *Unele observații asupra teoriei informației*
- 14 M. Cristea, *Tensorul conductivității electrice a unei plasmă slab ionizate*
- 15 M Crișan, *Construirea stării fundamentale în teoria feromagnetismului de bandă*
- 16 Al. Nicula, E Trif, M., Peteanu *Îngustarea dinamică a lîmii de rezonanță în sîte moleculare*
- 17 I Barbur, *Studiul prin RES al efectelor feroelectrice în sulfatul de amoniu iradiat.*
- 18 Al. Nicula, L. Giurgiu, Al. Darabont, *Studiul RES asupra ionului de  $\text{Cu}^{2+}$  introdus în  $\text{K}_2\text{Zn}(\text{SO}_4)_2$*
- 19 E Fodor, E Tătaru, A Farkas, *Determinarea prin RNM a constantei de echilibru în sistemul apă-alcool.*
- 20 A Farkas, E Tătaru, *Studiul efectelor izotopice la hidratarea  $\text{Be}(\text{II})$  prin RMN.*
- 21 N. Vezentan, *Asupra spectrului de rezonanță electronică de spin al unor chelați.*
- 22 E. Tătaru, *Probleme ale detecției rezonanței magnetice*
- 23 E Tătaru, *Teoria autodineri paramagnetice RMN*
- 24 Șt Vădeanu, I Pop, *Comportarea magnetică a aliajelor ternare pe bază de nichel.*
- 25 I Pop, Gh Ilonca, *Comportarea magnetică a compusului intermetalic  $\text{Mn}_3\text{GeAl}$ .*
- 26 V Cristea, *Instalație pentru măsurat efectul Seebeck și conductibilitatea electrică într-un interval larg de temperatură*
- 27 Fr. Puskas, *Aplicarea spectroscopiei herziene de joasă frecvență la studiul structural al sistemului  $\text{ZnO}-\text{Al}_2\text{O}_3$*
- 28 S Gocan, L Stănescu, I Ardeleanu, Șt Man, *Studiul unor proprietăți electrice și structurale ale sistemului de sticle semiconductoare  $\text{V}_2\text{O}_5-\text{As}_2\text{O}_3-\text{PbO}$*
- 29 I Helgiu, Șt Man, P Vartic, C. Balintfi, *Studiul permeabilității magnetice în funcție de tratament termic al unor oțeluri elaborate de combinatul siderurgic Hunedoara*
30. L. Stănescu, I Ardeleanu, *Studiu structural, electric și magnetic al unor sisteme oxidice conținând ioni de vanadiu tetravalent*

## Vizite.

11 mar 1970

Prof. A. K. Jonscher, Universitatea din Loudra, Colegiul Chelsia.

20 iulie 1970

Dr F A Lewis, Universitatea din Belfast

1–10 septembrie 1970

M V Mathieu, Institutul de Cataliză Villeurtanne, Franța

6–15 septembrie 1970

Prof. Peter Martin, rectorul Universității din Geneva

Varga Zoltan, Institutul de Fizică, Universitatea Tehnică din Kosice.

Vulgan Rafael, Institutul de Fizică, Universitatea Tehnică din Kosice

Durand Jacques, Laboratorul de fizica solidului, Institutul de Fizică, Strasbourg

Kreisler Alain, Facultatea de științe, Paris Taurel Lucienne, Facultatea de Științe, Laboratorul de Fizica Cristalinelor, Orsay.

Bottcher Rolf Michael, Secția de Fizică a Universității Karl-Marx, Leipzig

Rockenbauer Antal, Institutul Central de Cercetări pentru Chimie, Budapesta.

Jankowska Anna, Institutul de Fizică, Varsovia

august 1969–iulie 1970

Conf. dr. Andrei Weissmann, „Wisting professor” la Universitatea din New York.

Asist. Gheorghe Cristea, specializare la Universitatea Illinois, S.U.A.



În cel de al XVI-lea an de apariție (1971) *Studia Universitatis Babeș—Bolyai* cuprinde seriile :

matematică—mecanică (2 fascicule);  
fizică (2 fascicule);  
chimie (2 fascicule);  
geologie—mineralogie (2 fascicule);  
geografie (2 fascicule);  
biologie (2 fascicule);  
filozofie;  
sociologie;  
științe economice (2 fascicule);  
psihologie—pedagogie;  
științe juridice;  
istorie (2 fascicule);  
lingvistică—literatură (2 fascicule).

На XVI году издания (1971) *Studia Universitatis Babeș—Bolyai* выходит следующими сериями :

математика—механика (2 выпуска);  
физика (2 выпуска);  
химия (2 выпуска);  
геология—минералогия (2 выпуска);  
география (2 выпуска);  
биология (2 выпуска);  
философия;  
социология;  
экономические науки (2 выпуска);  
психология—педагогика;  
юридические науки;  
история (2 выпуска);  
языкознание—литературоведение (2 выпуска).

Dans leur XVI-me année de publication (1971) les *Studia Universitatis Babeș—Bolyai* comportent les séries suivantes :

mathématiques—mécanique (2 fascicules);  
physique (2 fascicules);  
chimie (2 fascicules);  
géologie-minéralogie (2 fascicules);  
géographie (2 fascicules);  
biologie (2 fascicules);  
philosophie;  
sociologie;  
sciences économiques (2 fascicules);  
psychologie—pédagogie;  
sciences juridiques;  
histoire (2 fascicules);  
linguistique—littérature (2 fascicules).

43904

Abonamentele se fac prin oficiile poștale, prin factorii poștali  
și prin difuzorii voluntari din întreprinderi și instituții.

**Prețul lei 6**